Здравствуйте, Алексей Женин!

Вы участвовали в мониторинге, который диагностирует владение определенными знаниями и умениями. В совокупности они составляют ваш уровень учебной подготовки.

Вы набрали 4 балла из 22 возможных.

№ задания																						Σ	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	4	18

Чтобы провести эффективную работу над ошибками, советуем уделить особое внимание темам, с которыми вы не справились. Для этого ваши индивидуальные рекомендации включают теоретический материал для повторения, подсказки и советы к типичным заданиям по рассматриваемой теме, а также упражнения для закрепления пройденного.

Ваши индивидуальные рекомендации также включают упражнения по темам, с которыми вы справились в тестировании. Это поможет вам поддержать необходимый уровень базовых знаний. Обращаем ваше внимание, что в первую очередь необходимо уделить время темам, которые дались вам хуже.

Работать по индивидуальной рекомендации вы должны самостоятельно, но если у вас возникают вопросы, обязательно обращайтесь к учителю.

Решать задачи вы можете на листах с условиями. Если вам недостаточно места, используйте дополнительные листы.

Успешной работы!

Практические задачи

Что нужно уметь:

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Что нужно знать:

Стоимости продукции (S) равна произведению цены продукции (a) на её количество (n): $S = a \cdot n$.
Средняя скорость движения v равна частному от деления длины всего пройденного пути S на все время движения t: $v = \frac{S}{t}$.
Чтобы найти проценты от числа, можно представить проценты в виде дроби и умножить число на эту дробь.
Чтобы найти число по его процентам, можно представить проценты в виде дроби и разделить значение процентов на эту дробь.

Часто в задачах практического содержания нужно переводить значения величин в другие единицы измерения. При переходе из старшей единицы измерения в младшую, применяется умножение. При переходе из младшей единицы измерения в более старшую, применяется деление.

Соотношения между различными единицами измерения:
1 ч = 60 мин; 1 мин = 60 с;
1 км= 1000 м; 1 м = 100 см;
1 т = 1000 кг; 1 кг = 1000 г.

Задание:

В обменном пункте 1 тенге стоит 20 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на тенге и купили арбуз весом 7 кг по цене 58 тенге за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.

Подсказка:

20 копеек - это 0,2 руб. Чтобы найти стоимость в рублях, нужно стоимость в тенге умножить на 0,2 руб.

Совет:

Стоимость арбуза в тенге, это цена 1 кг умноженная на 7. Умножьте получившую стоимость на 0,2 рубля и округлите ответ до целых.

Задание:

Выполните действие: 17 ч 10 мин – 8 ч 35 мин

Задание:

Школьники помогали в уборке урожая. В первый день они собрали 700 кг яблок за 2 часа, во второй день - 1200 кг за 3 часа, а в третий день – 2100 кг за 5 часов. Найдите среднюю скорость сбора урожая в час у школьников.

Задание:

Для разлива сгущенки в тару хватало ровно 32 банок емкостью в 250 г каждая. Но на фабрику завезли только большие банки емкостью 400 г каждая. Сколько больших банок нужно взять для разлива той же массы сгущенки?

Задание:

Масса кураги составляет 15% массы свежих абрикосов. Сколько надо взять свежих абрикосов, чтобы получить более 3 кг, но меньше 6 кг кураги?

Логарифмические выражения

Что нужно уметь:

Выполнять вычисления и преобразования с логарифмами.

Что нужно знать:

Логарифм по основанию a от аргумента b — это степень, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b: $a^{\log_a b} = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ (это основное логарифмическое тождество).

Основные свойства логарифмов:
$\log_a a = 1$ (1), $\log_a 1 = 0$ (2),
$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ (3), $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ (4),
$\log_a b^p = p \cdot \log_a b$ (5), $\log_{a^q} b = \frac{1}{q} \cdot \log_a b$ (6),
$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (7), $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ (8)

Действия, которые могут помочь преобразовать логарифмическое выражение:
1. если можно, то представите основание и аргумент в виде числа в степени, пользуясь формулами (5) и (6) вынесите их перед логарифмом;

2. приведите все логарифмы к одному основанию, чаще всего выбирается основание одного из логарифмов в выражении.

Задание:

Найдите значение выражения $\frac{\log_2 20}{2+\log_2 5}$.

Подсказка:

С помощью основного логарифмического тождества представьте число 2 как логарифм по основанию 2.

Совет:

После преобразования числа 2, сумму логарифмом в знаменателе нужно записать как один логарифм с помощью формулы (3). Сократите получившуюся дробь.

Задание:

Найдите значение выражения $\log_{625} \sqrt{5}$.

Задание:

Найдите значение выражения $\log_{0,1} 100$.

Задание:

Найдите значение выражения $\log_6 8 \cdot \log_8 \sqrt{6}$.

Задание:

Найдите значение выражения $\frac{6 \log_7 6}{\log_7 216}$.

Тригонометрические выражения

Что нужно уметь:

Выполнять вычисления и преобразования с тригонометрическими выражениями.

Что нужно знать:

К тригонометрическим функциям относятся синус ($\sin x$), косинус ($\cos x$), тангенс ($\operatorname{tg} x$), котангенс ($\operatorname{ctg} x$). Аргументом (x) тригонометрической функции является угол. Если отметить этот угол на числовой окружности, то можно определить значение функции по осям координат, либо можно воспользоваться таблицей основных значений:

	$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Основные тригонометрические формулы:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (основное тригонометрическое тождество)

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\mathrm{ctg}\alpha}$, $\mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\mathrm{tg}\alpha}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\ \cos\beta \pm \cos\alpha\ \sin\beta,$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\ \cos\beta \mp \sin\alpha\ \sin\beta$

Задание:

Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{24}{25}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2pi\right)$.

Подсказка:

Используйте основное тригонометрическое тождество.

Совет:

Выразите $\cos\alpha$ через $\sin\alpha$. Обратите внимание, что в выражении окажется "$\pm$". Определите знак $\cos\alpha$ в указанной четверти.

Задание:

Найдите $3\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Задание:

Найдите $\mathrm{ctg}\,\beta$, если $\sin\beta = \frac{\sqrt{26}}{26}$ и $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Задание:

Найдите значение выражения $\sin\frac{17\pi}{6}$.

Задание:

Найдите значение выражения $\sqrt{27}\cos^2\left(\frac{5\pi}{12}\right)-\sqrt{27}\sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

Иррациональные выражения

<u>Что нужно уметь:</u>

Выполнять вычисления и преобразования с выражениями, содержащими радикалы.

<u>Что нужно знать:</u>

Арифметическим корнем n-й степени из неотрицательного числа a называется неотрицательное число b, n-я степень которого равна a:
$\sqrt[n]{a},\ n\in\mathbb{N},\ n\geq 2$.
Эта запись означает, что $b^n=a$, где b и a – неотрицательные числа. Число n называется показателем степени корня, a – подкоренным выражением, b – значением арифметического корня n-й степени. Операция нахождения значения корня называется извлечением корня.

Основные свойства корней:

$(\sqrt[n]{a})^n=a$, $\sqrt[n]{a\cdot b}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$,

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},\ b\neq 0$,

$a^{m/n}=\sqrt[n]{a^m}=(\sqrt[n]{a})^m$,

$\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m},\ n,k\in\mathbb{N},\ \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a},\ n,k\in\mathbb{N}$

<u>Задание:</u>

Вычислите значение выражения $\frac{(\sqrt{6}a)^6\sqrt[5]{a^5}}{a^7}$ при $a>0$.

<u>Подсказка:</u>

Примените основные свойства корней для выражений в числителе.

<u>Совет:</u>

Возведите $\sqrt{6}a$ в шестую степень. Преобразуйте корень пятой степени, используя свойства корней. Сократите получившуюся дробь.

<u>Задание:</u>

Найдите значение выражения $\sqrt{12}\cdot\sqrt{108}$.

<u>Задание:</u>

Найдите значение выражения $\frac{(4\sqrt{17})^2}{2}$.

Задание:

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{13}+\sqrt{2})^2}{30+4\sqrt{45}}$.

Задание:

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{20}+\sqrt{45})^2}{25}$.

Иррациональные уравнения

Что нужно уметь:

Решать уравнения, содержащими корень второй степени.

Что нужно знать:

Иррациональными уравнениями называются уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня или знаком возведения в дробную степень.

Чтобы решить иррациональное уравнение, нужно:
1) перенести корень в левую часть уравнения, все остальное - в правую часть;
2) избавиться от знака корня (возвести в квадрат обе части уравнения и упростить его);
3) решить получившееся уравнение;
4) для проверки подставить получившиеся корни уравнения в исходное уравнение.

Задание:

Найдите корень уравнения $\sqrt{x+4}=3$.

Подсказка:

Возведите обе части уравнения в квадрат.

Совет:

После возведения в квадрат с левой части получится x+4, а в правой 9. Приравняйте обе части и решите линейное уравнение.

Задание:

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{1}{x-7}}=2$. Если корней несколько, в ответ запишите меньший из них.

Задание:

Найдите корень уравнения $\sqrt{x^2+6x}=2x$. Если корней несколько, в ответ запишите больший из них.

Задание:

Найдите корень уравнения $\sqrt{x^2-11}=5$. Если корней несколько, в ответ запишите меньший из них.

Показательные уравнения

Что нужно уметь:

Решать простейшие показательные уравнения.

Что нужно знать:

Показательные уравнения - уравнения, которые содержат неизвестное в показателе степени. Уравнение вида: $a^x=b$, где $a>0$, $a\neq 1$ называется простейшим показательным уравнением.

Чтобы решить простейшее показательное уравнение, нужно:

1) правую и левую часть уравнения представить в виде степени одного числа;
2) приравнять показатели степеней левой и правой части уравнения;
3) решить получившееся уравнение.

При решении показательных уравнений нужно помнить следующие свойства степеней:

$a^0=1$, $a^1=a$, $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, $(a^n)^m=a^{mn}$

Задание:

Найдите корень уравнения $7^{5x-1}=\frac{1}{49}$.

Подсказка:

Приведите левую и правую часть к основанию 7.

Совет:

$\frac{1}{49}$ - это 7 в -2 степени. Приравняйте степени и решите линейное уравнение.

Задание:

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+4} = 3$.

Задание:

Найдите корень уравнения $3^{2x-1} = 27$.

Задание:

Найдите корень уравнения $10^{x+5} = 100$.

Показательные неравенства

Задание:

Решите неравенство $3^{x-6} \leq \frac{1}{9}$.

Подсказка:

Приведите левую и правую часть к основанию 3.

Задание:

Найдите корень уравнения $6^{x+3} < 1$.

Показательные неравенства

Что нужно уметь:

Решать простейшие логарифмические неравенства.

Что нужно знать:

Простейшим логарифмическим неравенством является неравенство вида: $\log_a f(x) > b$, где a – основание логарифма, $f(x)$ – некоторое выражение, зависящее от x, $f(x) > 0$. Знак $>$ можно заменить на один из трех знаков: $\geq, \leq, <$.

Чтобы решить простейшее показательное неравенство нужно:
1) найти ОДЗ: аргумент логарифма должен быть > 0;
2) правую и левую часть уравнения представить в виде логарифма с одинаковым основанием, используя свойства логарифма;
3) преобразовать неравенство исходя из следующего правила:
 - если $a > 1$, то знак неравенства сохраняется и для аргументов логарифма,

т.е. $\log_a f(x) > \log_a g(x) => f(x) > g(x)$ (аналогично для других знаков неравенства)
 - если $1 > a > 0$, то знак неравенства между аргументами меняется на противоположный, т.е. $\log_a f(x) > \log_a g(x) => f(x) < g(x)$ (аналогично для других знаков неравенства)
4) решить получившееся неравенство;
5) совместить полученное решение неравенства из пункта 4) с ОДЗ из пункта 1).
При решении логарифмических неравенств нужно помнить следующие свойства:
$a^{\log_a b} = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ (это основное логарифмическое тождество).
$\log_a a = 1$, $\log_a 1 = 0$,
$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$,
$\log_a b^p = p \cdot \log_a b$, $\log_{a^q} b = \frac{1}{q} \cdot \log_a b$

Задание:

Решите неравенство $\log_5 x > 3$.

Подсказка:

Представьте число 3, как логарифм по основанию 5.

Совет:

3 - это $log_5 125$. Т.к. $5 > 1$, знак неравенства не меняется, а логарифмы можно отбросить. Полученное решение неравенства объедините с ОДЗ.

Задание:

Найдите корень уравнения $\log_{0,1} x \geq 1$.

Задание:

Найдите корень уравнения $\log_5 (x - 4) > 0$.

Задание:

Найдите корень уравнения $\log_7 x \geq -1$.

Решение квадратных неравенств

Задание:

Решите квадратное неравенство: $x^2-5x+4>0$.

Подсказка:

Составьте и решите квадратное уравнение. Нанесите полученные корни на числовую прямую в виде выколотых точек. Получится 3 промежутка. Посчитайте на них знаки и в ответ запишите промежутки со знаком $+$.

Задание:

Укажите неравенство, решением которого является любое число

1) $x^2-55>0$ 2) $x^2-55<0$ 3) $x^2+55>0$ 4) $x^2+55<0$

Тригонометрические уравнения

Что нужно уметь:

Решать простейшие тригонометрические уравнения.

Что нужно знать:

Тригонометрическое уравнение - это уравнение, в котором неизвестная находится в аргументе тригонометрической функции.

Решить простейшие тригонометрические уравнения помогут следующие формулы:

$\sin x=a \quad => \quad x=(-1)^n \arcsin a+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$, также можно записать, как систему: $\begin{cases} \arcsin a+2\pi n \\ \pi-\arcsin a+2\pi n \end{cases}$

$\cos x=a \quad => \quad x=\pm\arccos a+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$\operatorname{tg} x=a \quad => \quad x=\operatorname{arctg} a+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$\operatorname{ctg} x=a \quad => \quad x=\operatorname{arcctg} a+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

Задание:

Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(x+5)}{2}=1$.

Подсказка:

Вспомните, в каких точках на числовой окружности $\cos\alpha$ равен 1.

Совет:

Найдите углы, в которых $\cos\alpha = 1$, и приравняйте их к $\frac{\pi(x+5)}{2}$. Из получившего равенства выразите x.

Задание:

Решите уравнение $\cos\frac{x}{5} = -\frac{1}{2}$.

Задание:

Решите уравнение $\operatorname{ctg} 5x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Задание:

Решите уравнение $\operatorname{ctg}\frac{\pi(x-4)}{12} = \sqrt{3}$. В ответе укажите меньший положительный корень.

Задание:

Решите уравнение $\sin\frac{\pi(x-1)}{6} = -\frac{1}{2}$. В ответе укажите меньший положительный корень.

Планиметрические фигуры

Что нужно уметь:

Определять метрические характеристики планиметрических фигур и определять площади.

Что нужно знать:

Геометрическая фигура есть множество точек, которые обладают определенным свойством, характерным только для этой фигуры. В задачах чаще всего встречаются треугольники и четырехугольники.

Треугольники бывают прямоугольные (один из углов $90°$), равнобедренные (две стороны равны) и равносторонние (все три стороны равны).

Среди **четырехугольников** особыми свойствами обладают параллелограмм (стороны попарно параллельны) и трапеция (две противоположные стороны параллельны). Частные случаи параллелограмма: ромб (все стороны равны), прямоугольник (все углы равны $90°$), квадрат (все стороны равны и все углы равны 90°).

Формулы площадей:

Треугольник: $S=\frac{1}{2}ah$, $S=\frac{1}{2}ab\sin\alpha$, $S=\frac{abc}{4R}$, $S=pr$, где S - площадь, a,b,c - длины сторон, h - высота к стороне a, α - угол между сторонами a и b, r - радиус вписанной окружности, R - радиус описанной окружности, p - полупериметр.

Параллелограмм: $S=ah$, $S=ab\sin\alpha$, где S - площадь, a,b - длины сторон, h – высота к стороне a, α - угол между сторонами a и b.

Прямоугольник: $S=ab$, где S - площадь, a,b - длины сторон.

Ромб: $S=\frac{1}{2}d_1d_2$, где S - площадь, d_1,d_2 - длины диагоналей.

Трапеция: $S=\frac{a+b}{2}h$, где S - площадь, a,b - длины оснований, h - высота.

Средняя линия треугольника (или трапеции) — отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника (или боковых сторон трапеции). В треугольнике она параллельна третьей стороне и равна ее половине. В трапеции она параллельна основаниям трапеции и равна их полусумме.

Задание:

В треугольнике со сторонами 18 и 15 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой их этих сторон, равна 25. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

Подсказка:

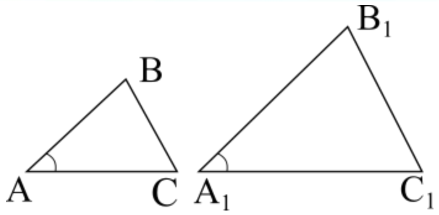
Вспомните, как находится площадь треугольника.

Совет:

Найдите площадь треугольника по известной высоте и стороне. Зная площадь треугольника и сторону, можно найти длину высоты, проведенной к этой стороне.

Задание:

Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. Известно, что $S_{ABC}=32,\ S_{A_1B_1C_1}=128,\ BC=7$. Найдите длину стороны B_1C_1.



Задание:

Биссектриса угла B параллелограмма ABCD пересекает сторону CD в точке L. Найдите периметр этого параллелограмма, если CL=8 см, LD=6 см.

Задание:

Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 2. Найдите высоту этого треугольника.

Планиметрические фигуры на клетчатой бумаге

Что нужно уметь:

Определять метрические характеристики и площади фигуры на клетчатой бумаге.

Что нужно знать:

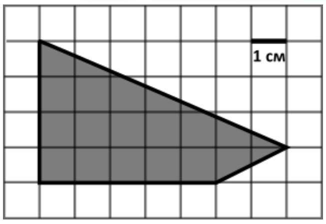
Чтобы найти площадь фигуры на клетчатой бумаге, нужно определить вид фигуры.

Если это фигура, площадь которой можно вычислить по формуле (треугольник, трапеция, ромб, круг и т.д.), нужно:
1) записать формулу площади этой фигуры;
2) определить по клеткам длину необходимых элементов (сторон, высоты, радиуса и т.д.)
3) подставить в формулу значение и найти площадь.

Если на рисунке изображена более сложная фигура (четырехугольник, кольцо и т.д.), нужно:
1) найти площадь фигуры, содержащей внутри искомую;
2) вычесть площадь частей, не входящих в закрашенную фигуру.

Задание:

Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



Подсказка:

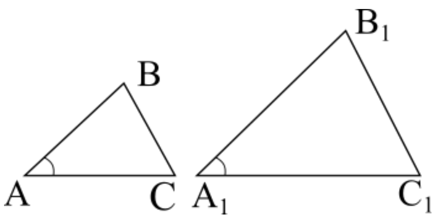
Из площади большого прямоугольника вычтите площадь не закрашенных частей.

Совет:

Прямоугольник размером 7 на 5, содержит внутри закрашенный четырехугольник. Нужно вычесть из его площади, площадь прямоугольных треугольников с катетами 2 и 1, и 3 и 7.

Задание:

Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. Известно, что $S_{ABC}=25,\ S_{A_1B_1C_1}=100,\ AB=5$. Найдите длину стороны A_1B_1.



Задание:

Биссектриса угла B параллелограмма ABCD пересекает сторону AD в точке K. Найдите периметр этого параллелограмма, если AK=14 см, KD=6 см.

Задание:

Радиус окружности, описанной в равносторонний треугольник, равен $6\sqrt{3}$.

Найдите длину стороны этого треугольника.

Стереометрические фигуры

Что нужно уметь:

Определять метрические характеристики стереометрических фигур и определять площади поверхности или объем.

Что нужно знать:

Основные формулы **объемов V** и **площадей поверхности S**.
Куб: $V = c^3$, $S_{\text{пол}} = 6c^2$, c — ребро куба.
Параллелепипед: $V = abc$, $S_{\text{пол}} = 2(ab + bc + ac)$, a, b, c — длина ребер, выходящих из одной вершины.
Призма: $V = Sh$, $S_{\text{пол}} = 2S + S_{\text{бок}}$, S — площадь основания, h — высота призмы.
Пирамида: $V = \frac{1}{3}Sh$, $S_{\text{пол}} = S + S_{\text{бок}}$, S — площадь основания, h — высота пирамиды.
Цилиндр: $V = \pi r^2 h$, $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$, $S_{\text{пол}} = 2\pi R(h + R)$, r — радиус, h — высота цилиндра.
Шар: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $S = 4\pi r^2$, r — радиус.
Конус: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, $S_{\text{бок}} = \pi rl$, $S_{\text{пол}} = \pi r(l + r)$, r — радиус основания, h — высота конуса, l – образующая.

Задание:

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 7 и 3. Объем призмы равен 84. Найдите ее боковое ребро.

Подсказка:

Объем прямоугольной призмы – это произведение площади основания на боковое ребро.

Совет:

Найдите площадь основания и поделите объем на площадь.

Задание:

Площадь основания цилиндра равна 16π, а площадь его осевого сечения равна $\frac{24}{\pi}$. Найдите объем цилиндра.

Задание:

Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с гипотенузой равной 15 и катетом – 9. Найдите объём призмы, если боковое ребро равно 3.

Задание:

Найдите площадь сферы, делённую на π, если диаметр этой сферы равен 6.

Задание:

В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD с вершиной S точка O – центр основания, SD=10, BC=16. Найдите площадь полной поверхности пирамиды SABCD.

Отношения площадей поверхности и объемов

Задание:

От треугольной пирамиды, объем которой равен 36, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объем отсеченной треугольной пирамиды.

Подсказка:

Сравните основания и высоты исходной и отсеченной пирамиды.

Задание:

Объем шара равен 15. Каким станет объем шара, если его радиус уменьшить в десять раз раз?

Комбинаторика

Задание:

В спортивной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

Подсказка:

Определите сколькими способами можно выбрать капитана, а затем заместителя.

Задание:

Маша решила подарить 5 разных подарков по одному каждой из своих пяти подруг. Сколькими способами Маша может это сделать?

Вероятность события

Что нужно уметь:

Определять вероятность случайного события.

Что нужно знать:

Вероятностью события А называется отношение числа благоприятных для А исходов к числу всех возможных исходов: $P(A) = \frac{m}{n}$, где n – общее количество возможных исходов, а m – количество исходов, благоприятствующих событию А. Вероятность события — это число от 0 до 1 включительно.

Два события называются противоположными, если в данном испытании они несовместимы и одно из них обязательно происходит. Вероятности противоположных событий в сумме дают 1.
Поэтому вероятность того, что событие не произойдет, равна 1 минус вероятность того, что событие произойдет.

Два события А и В называются независимыми, если вероятность появления каждого из них не зависит от того, появилось другое событие или нет. В противном случае события называются зависимыми.
Вероятность того, что произойдет и А, и В равна произведению вероятностей этих независимых событий: $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

Два события А и В называют несовместными, если отсутствуют исходы, благоприятствующие одновременно как событию А, так и событию В, т.е. события, которые не могут произойти одновременно.
Вероятность того, что произойдет или А, или В равна сумме вероятностей этих несовместных событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Задание:

В партии насосов в среднем на каждые 248 исправных приходится 2 неисправных насосов. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Подсказка:

Количество возможных исходов, т.е. выбранных разных насосов, равно 250.

Совет:

Поделите количество неисправных насосов, на общее количество насосов, т.е. 250 насосов.

Задание:

В среднем из 10 телефонов, поступивших в продажу, 2 неисправных. Найдите вероятность того, что купленный телефон, выбранный наугад в магазине, окажется исправен.

Задание:

В магазине продаётся 20 ручек. Из них 7 красных, 5 черных, 3 зеленых, остальные синие. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или зеленой.

Задание:

Монету подбросили 2 раза. Найдите вероятность того, что хотя бы один раз выпала решка.

Задание:

Спортсмен стреляет в мишень. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле у него составляет 0,8. Спортсмен стреляет 2 раза. Найдите вероятность, что он попадет хотя бы 1 раз.

Математическое моделирование

Что нужно уметь:

Строить и исследовать простейшие математические модели.

Что нужно знать:

Математическая модель - это способ описание реальной жизненной задачи с помощью математического языка.
Составить математическую модель - это значит перевести условия задачи в математическую форму. Т.е. нужно установить математическую связь между всеми данными задачи.

Чтобы составить математическую модель задачи нужно:
1) найти неизвестные величины и обозначить их буквами;
2) выразить все данные задачи через переменную;
3) по условиям в задаче составить уравнения (возможно, неравенства);
4) объединить все уравнения и неравенства в систему и решить её;
5) вернуться к вопросу задачи и по найденным значениям переменных определить ответ задачи.

Задание:

Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая.

Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 798 литров она заполняет на 11 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 625 литров?

Подсказка:

Если одна величина меньше другой на некоторое число, то прибавив к меньшей величине это число, получится большая.

Совет:

Обозначьте за x – скорость заполнения первой трубой (литров в минуту), за y – второй трубы. Тогда скорость второй трубы можно записать как $x+2$. Время заполнения первой трубой – $\frac{625}{x}$, второй - $\frac{798}{y}$. Время второй на 7 минут меньше. Составьте систему уравнений и найдите y.

Задание:

Пароход и катер плывут из города А в город Б. Пароход прошел это расстояние за 6 часов, а катер проплыл это расстояние за 4 часа. Какая скорость у катера, если у парохода скорость на 15 км/ч меньше? Составьте уравнение к задаче, приняв за х скорость катера.

Задание:

Грузовой и легковой автомобили едут из города А в город Б. Грузовой проехал это расстояние за 2 часа, а легковой за 1,5 часа. Какая скорость у грузового автомобиля, если у легкового автомобиля скорость на 10 км/ч больше? Составьте уравнение к задаче, приняв за х скорость грузового автомобиля.

Задание:

Школьная столовая за неделю использовала 3 мешка и 12 пачек муки, а за вторую неделю 2 мешка и 10 пачек. Всего за первую неделю было израсходовано 36 кг, а за вторую неделю - 25 кг. Сколько кг муки в одном мешке?
Составьте систему уравнений для решения задачи, если x кг муки в мешке, а y кг - в пачке.

Практические задачи с формулами

Что нужно уметь:

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Что нужно знать:

В практической деятельности и повседневной жизни мы сталкиваемся с задачами, в которых требуется не стоить модель, а отыскать неизвестную величину по уже данной физической или математической формуле.

Чтобы решить подобные задачи нужно:
1) внимательно прочитать текст задачи и выписать основную формулу;
2) подставить все известные значения величин в формулу;
3) если одна из величин может быть не меньше какого-то значения, ее необходимо выразить в левую часть (все остальное в правую), вместо нее поставить это значение, а вместо «=» поставить знак «>=»; аналогично для «не больше», но знак ставим «<=»;
4) решить получившееся уравнение (или неравенство).

Задание:

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 15$км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 120$км/ч^2. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее, чем в 45 км от города. Ответ выразите в минутах.

Подсказка:

Если расстояние не далее 45 км, то величина $S \leq 45$.

Совет:

Подставьте в формулу известные величины. В правой части получилось выражение, которое по условию $\leq$45. Решите квадратное неравенство для t. Выберите наибольшее положительное t в получившемся интервале. Переведите ответ в минуты.

Задание:

Рейтинг интернет-магазина R вычисляется по формуле $R = 0,32 + \frac{0,1}{K+10}$, где K - количество покупателей за месяц. Какой рейтинг был в июле, если количество покупателей составило 90?

Задание:

Мальчик подкидывает мяч вверх на некоторую высоту h. Высоту полета мяча можно определить по формуле $h = vt - \frac{gt^2}{2}$. Найдите на какой высоте (в метрах) окажется мяч через $t = 0,6$ с, если $g = 10$ м/с^2, начальная скорость $v = 8$ м/с.

Задание:

Площадь ромба можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}d_1 d_2$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей ромба. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2, если $d_1 = 4$, $S = 5$.

Задание:

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где R = 6400 км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует находиться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 16 км? Ответ дайте в метрах.

Комбинация тел

Что нужно уметь:

Определять метрические характеристики стереометрических фигур и определять площади поверхности или объемы комбинации тел вращения и многогранников.

Что нужно знать:

В задачах на комбинацию объемных фигур чаще всего речь идет о двух фигурах, одна из которых находится внутри другой: вписанная и описанная фигуры.

У вписанной фигуры А все вершины лежат на поверхности описанной фигуры В. Тогда говорят, что А вписана в В, или В описана около А.
В случае, когда вписана сфера (или шар), то она касается поверхностью всех граней описанной фигуры.

Задание:

Объем шара вписанного в прямоугольный параллелепипед, равен 288π.

Найдите объем параллелепипеда.

Подсказка:

Прямоугольный параллелепипед, в который можно вписать шар, является кубом.

Совет:

Из объема шара найдите радиус шара. Длина ребра параллелепипеда равна двум радиусам. Объем параллелепипеда равен длине его ребра в кубе.

Задание:

Найдите объем пирамиды, высота которой равна 12, а основание –прямоугольник со сторонами 4 и 5.

Задание:

Найдите объём шестиугольной пирамиды, если площадь её основания равна 10, а высота 18.

Задание:

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 3. Объём параллелепипеда равен $\frac{180}{\pi}$. Найдите объем цилиндра.

Задание:

Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите площадь его полной поверхности.

Задание:

Цилиндр вписан в правильную четырехугольную призму. Радиус основания и высота цилиндра равны 1,5. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Исследование функции с помощью производной

<u>Что нужно уметь:</u>

Выполнять действия с функциями, исследовать функции с помощью производных.

<u>Что нужно знать:</u>

Чтобы найти точки максимума (минимума), наибольшее (наименьшее) значение функции, нужно:
1) найти производную функции и приравнять ее к нулю;
2) решить получившееся уравнение, найденные корни будут точками экстремума; не забывайте об ограничениях функции и интервале, на котором исследуется функция (если есть);
3) отметить эти точки на числовой оси; выяснить, меняет ли производная свой знак в этих точках:
- если она меняет знак с минуса на плюс, то это точка минимума (значение x),
- если меняет с плюса на минус, то это точка максимума,
- если знак производной не меняется, то экстремума в этой точке нет;
4) найти значение функции в точках минимума (максимума), если нужно найти наименьшее (или наибольшее) значение функции (т.е. значение y); найти значение функции на концах промежутка (если есть в условии) и выбрать наибольшее (или наименьшее значение из найденных).

Основные производные:
$c' = 0$; $(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$; $(e^x)' = e^x$, $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\sin x)' = \cos x$; $(\cos x)' = -\sin x$

Правила нахождения производной:
Константа выносится за знак производной: $(c \cdot f)' = c \cdot f'$
Производная суммы: $(f+g)' = f' + g'$
Производная произведения: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
Производная частного: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Производная сложной функции: $[f(y)]' = f'(y) \cdot y'$

<u>Задание:</u>

Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 75x + 17$.

<u>Подсказка:</u>

Вспомните, как ведет себя производная в точке максимума.

<u>Совет:</u>

Найдите производную данной функции и приравняйте ее к нулю. Решите уравнение и отметьте корни уравнения на числовой оси. Определите, какие знаки принимает производная на получившихся интервалах. Точкой максимума будет то значение x, где слева был минус, а справа плюс у производной.

Задание:
Найдите производную функции $f(x)=(x-16)^2(18-x)+4$.

Задание:
Найдите промежутки возрастания функции $y=f\ (x)$, если известно, что $f\,'(x)=\frac{x^3}{(x-2)(x+3)}$.

Задание:
Найдите наибольшее значение функции $y=20+15\operatorname{ctg} x-5\pi$ на отрезке $[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{3}]$.

Задание:
Найдите наибольшее значение функции $y=3x^5-125x^3-27$ на отрезке $[-1,6]$.

Исследование функции с помощью производной по графику

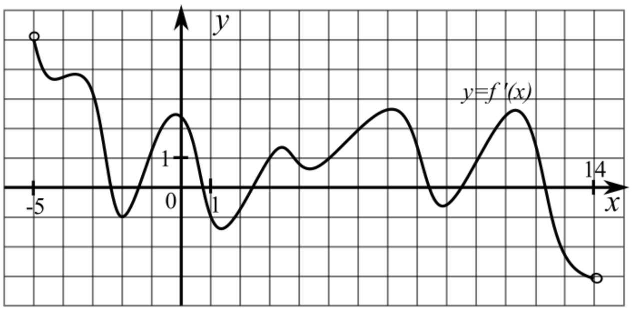
Что нужно уметь:
Выполнять действия с функциями, исследовать функции с помощью производных.

Что нужно знать:
Чтобы исследовать поведение функции с помощью ее производной, нужно помнить следующие условия:
1. Производная положительна ($f'>0$), тогда функция возрастает.
2. Производная отрицательна ($f'<0$), тогда функция убывает.
3. Производная равна нулю ($f'(x_0)=0$) в т. x_0, тогда:
x_0 - т. максимума, если производная слева от нее >0 (выше оси Ох), а справа <0;
x_0 - т. минимума, если производная слева от нее <0 (выше оси Ох), а справа

< 0.
Если производная в точке x_0 не меняет знак, значит, x_0 не является точкой экстремума.

Геометрический смысл производной:
Производная функции в конкретной точке равна тангенсу угла наклона касательной к графику функции в этой точке, или угловому коэффициенту этой касательной ($kx + b$):
$f'(x_0) = \mathrm{tg}\varphi = k$

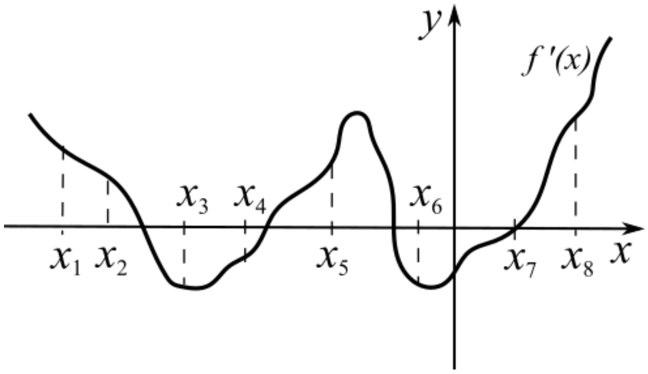
Задание:
На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 14)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[2; 12]$.



Подсказка:
Используйте условие точек экстремума функции: в этих точках $f'(x) = 0$.

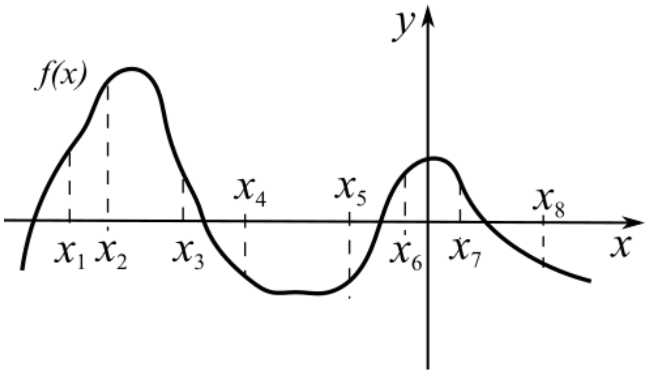
Совет:
Выделите на оси Ox интервал $[2; 12]$. На нем посчитайте количество точек, в которых график производной пересекает ось Ox.

Задание:
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



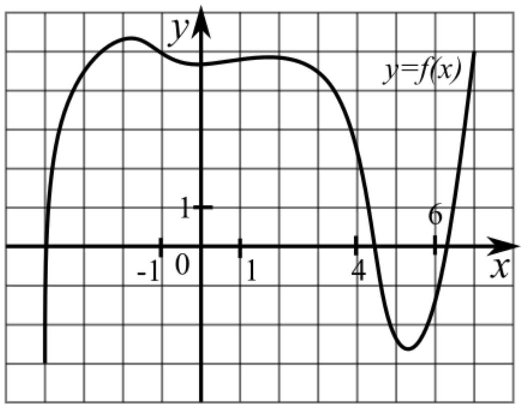
Задание:

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ больше 0?



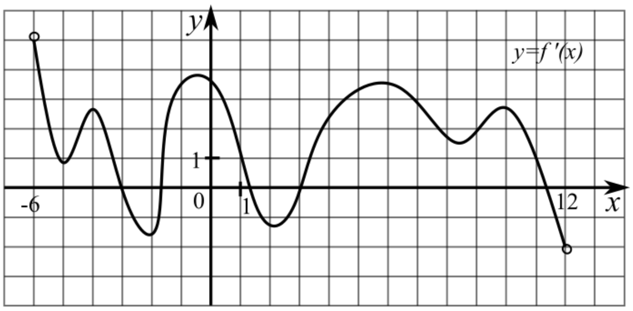
Задание:

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-1, 1, 4, 6$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Задание:

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4;\ 14)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 11$ или совпадает с ней.



Задачи на концентрацию веществ

<u>Что нужно уметь:</u>

Строить и исследовать простейшие математические модели концентрации веществ.

<u>Что нужно знать:</u>

Математическая модель - это способ описание реальной жизненной задачи с помощью математического языка.
Составить математическую модель - это значит перевести условия задачи в математическую форму. Т.е. нужно установить математическую связь между всеми данными задачи.
В задачах на смеси и сплавы важно уметь определять концентрацию и массу вещества.

Концентрация вещества a - это отношение массы или объема вещества (m_a) к массе или объему всего раствора (m). Как правило, концентрация выражается в процентах. $a = \frac{m_a}{m}$.

Масса раствора равна сумме масс всех составляющих: $m = m_a + m_b + m_c$
.
При смешивании нескольких растворов (смесей, сплавов) масса нового

раствора становится равной сумме всех смешанных растворов.
Масса растворенного вещества при смешивании двух растворов суммируется.

Алгоритм решения задач на смеси и сплавы:
1) определить, какое вещество влияет на концентрацию раствора (главное вещество);
2) следить за весом главного вещества при добавлении других веществ в раствор;
3) исходя из данных об изменениях состояния главного вещества, - сделать выводы.

Задание:

Смешав 30-процентный и 5-процентный растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 40-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 25-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 5-процентного раствора использовали для получения смеси?

Подсказка:

Чистая вода не имеет в своей массе кислоту, поэтому 5 кг добавляется только к массе раствора, а масса чистой кислоты не меняется.

Совет:

Обозначьте массу первого раствора x, а массу второго – y. При смешивании с чистой водой масса кислоты в новом растворе ($0,2(x+y+5)$) равна сумме масс кислоты первого и второго раствора $0,3x+0,05y$. Во втором случае масса кислоты ($0,25(x+y+5)$) равна сумму масс кислот из трех растворов $0,3x+0,05y+0,4\cdot 5$. Составьте систему уравнений и найдите y.

Задание:

Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 18 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 15% воды? Ответ дайте в килограммах.

Задание:

Свежие грибы содержат по массе 90% воды, а сухие – 15%. Сколько нужно свежих грибов, чтобы получить 15 кг свежих? Ответ дайте в килограммах.

Задание:

Имеется два сплава. Первый содержит 4% никеля, второй — 40% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 90 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго? Ответ дайте в килограммах.