



# КАРТА СОКРОВИЩ

ВСЕРОССИЙСКИЙ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ  
КОНКУРС



**ЗНАНИКА**

Электронная школа

[www.znanika.ru](http://www.znanika.ru)

## Разбор задач второй части заданий

### 4-5 класс

#### Комментарий

Так как в задачах из первой и второй части нужно было только указать ответ без пояснений, мы не можем отследить, как был получен тот или иной неверный ответ. Скорее всего часто школьники указывали ответ наугад, когда не могли решить задачу. Тем не менее, в некоторых задачах из всех неверных вариантов предпочитался один. С большинством задач многие школьники справились. Разберем те задачи, в которых доля неверных ответов была значительной.

#### Задача №1

Сколько существует двузначных чисел, сумма цифр которых равна 12?

#### **Решение**

Таких чисел всего 7. Это числа 39, 48, 57, 66, 75, 84 и 93. Других двузначных чисел с суммой цифр 12 нет, так как число не может начинаться на 0, 1 или 2, иначе какую бы вторую цифру мы ни взяли, сумма цифр у такого числа была бы меньше 12. А для всех первых цифр от 3 до 9 вторая цифра определяется однозначно.

**Ответ: 7.**

#### Задача №2

У Алисы есть цветные кубики: 12 красных, 10 желтых и 27 оранжевых. Она хочет построить башню так, чтобы любые два соседних кубика имели разный цвет. Сколько кубиков будет в самой высокой башне, которую сможет построить Алиса?

#### **Решение**

Никакие 2 оранжевых кубика не могут стоять рядом, это значит, что максимальное количество оранжевых кубиков, которые Алиса может использовать – 23, в 22-х промежутках между ними будут использованы все остальные кубики других цветов. В самой высокой башне будет 45 кубиков.

**Ответ: 45.**

#### Комментарий

С этой задачей справилось всего около половины участников. Среди неправильных чаще всего встречались ответы 34 и 35. Многие придумывали свой способ строить башню (например, ставить по 3 разноцветных кубика, а потом те, которые остались), но часто такие способы оказывались не оптимальными. В таких задачах нужно всегда уметь объяснять, почему данный способ расстановки является самым лучшим, иначе нельзя гарантировать, что построить башню выше, удовлетворяющую условиям задачи, невозможно.

#### Задача №3

Четверо друзей выясняли, какой сегодня день недели.

Миша сказал: «Позавчера была пятница».

Катя сказала: «Послезавтра будет вторник».

Петя сказал: «Завтра будет понедельник».

Света сказала: «Сегодня четверг».

Один из них ошибся. Кто?

### **Решение**

Если Миша сказал правду, значит, сегодня воскресенье. Если Катя сказала правду, значит, сегодня воскресенье. Если Петя сказал правду, значит, сегодня воскресенье. Если Света сказала правду, значит, сегодня четверг. Мы видим, что трое друзей сказали одно и то же; значит, не могло быть так, что один из них соврал, а остальные сказали правду, значит, все они сказали правду. Значит, ошиблась Света.

**Ответ: Света.**

### **Задача №4**

Из четырех цифр, отличных от нуля, составлены два четырехзначных числа: самое большое и самое маленькое из возможных. Сумма получившихся чисел оказалась равна 11990. Из каких цифр составляли числа?

### **Решение**

Обозначим цифры, из которых были составлены числа, в порядке возрастания:  $A, B, C$  и  $D$ . Тогда самое маленькое число, составленное из этих цифр, –  $ABCD$ , а самое большое –  $DCBA$ . Мы получаем ребус:  $ABCD + DCBA = 11990$  (в котором разные буквы могут обозначать и одинаковые цифры). Сразу ясно, что  $A + D = 10$ . Значит, из разряда сотен в разряд тысяч перешла единица, то есть  $B + C > 9$ . Теперь из разряда десятков видно, что  $B + C = 18$ . Поэтому  $B = C = 9$ . Следовательно, и  $D = 9$ , а  $A = 1$ .

**Ответ: 1,9,9,9.**

### **Комментарий**

Здесь среди неправильных часто встречались ответы 1991 и 9999, участники проигнорировали условие, что числа должны быть составлены из одних и тех же 4х цифр. В некоторых работах встречались другие пары чисел, которые в сумме давали 11990, но были так же составлены из разных цифр.

### **Задача №5**

Сколько страниц в книге, если для того, чтобы их пронумеровать, понадобилась всего 71 цифра?

### **Решение**

Сначала пронумеруем страницы от 1 до 9, для этого потребуется всего 9 цифр (по одной на каждую страницу). То есть у нас осталось еще  $71 - 9 = 62$  неиспользованные цифры. Для нумерации любой из страниц от 10 до 99 нужно по 2 цифры на каждую. Соответственно, 62 неиспользованных цифр хватит на нумерацию еще 31 страницы. Это страницы от 10 до 40. Значит, в книге всего 40 страниц.

**Ответ: 40.**

### **Комментарий**

Многие с этой задачей справились, но встречались так же варианты ответов 35, 36, 37, 44, 70. Нашелся школьник, который опирался на тот факт, что нумерация в книгах начинается на с 1й страницы, а с 3й или 5й, но все равно не смог правильно посчитать количество страниц при таком условии (ведь тогда на страницы с однозначным номером тратится меньше цифр, поэтому не корректно просто к ответу 40 прибавить количество страниц без номера).

## 6-7 класс

### Задача №1

Сколько страниц в книге, если для того, чтобы их пронумеровать, понадобилось всего 552 цифры?

**Решение:**

Сначала пронумеруем страницы от 1 до 9, для этого потребуется всего 9 цифр (по одной на каждую страницу). То есть у нас осталось еще  $552 - 9 = 543$  неиспользованные цифры. Для нумерации любой из страниц от 10 до 99 нужно по 2 цифры на каждую. Соответственно, на них было потрачено еще  $2 \cdot 90 = 180$  цифр. Осталось еще  $543 - 180 = 363$  цифры. Для нумерации любой из страниц от 100 до 999 нужно по 3 цифры на каждую. 363 цифр хватит на нумерацию  $363 / 3 = 121$  страницы. Это страницы с 100 по 220. Значит, в книге всего 220 страниц.

**Ответ: 220 страниц.**

### Комментарий

В этой задаче встречалось достаточно много неверных ответов, но выделить один из них сложно. Ответы встречались такие: 552 (участники не учли, что для нумерации страниц, начиная с 10й нужно больше 1 цифры), 276, 279, 205, 230 и другие.

### Задача №2

Четверо детей сказали друг о друге следующее:

Леша: Задачу решили трое: Аня, Слава и Толя.

Аня: Задачу не решили трое: Леша, Слава и Толя.

Слава: Леша и Аня солгали.

Толя: Леша, Аня и Слава сказали правду.

Сколько детей на самом деле сказали правду?

**Решение**

Высказывания Леша и Аня противоречат друг другу, следовательно, Толя наверняка солгал. Далее возможны два случая:

1) Слава сказал правду. Тогда солгали и Леша, и Аня, то есть правду сказал один ребёнок.

2) Слава солгал. Тогда правду сказал либо Леша, либо Аня. И в этом случае сказал правду один ребёнок.

Значит, правду сказал 1 ребенок.

**Ответ: 1 ребенок.**

### Комментарий

Многие с задачей справились, но встречались и те, кто не смог разобраться, кто же из ребят сказал правду, потому получили ответ 2. В этой задаче существовало целых 3 варианта, удовлетворяющих условию, но во всех них количество детей, сказавших правду, было одинаковым.

**Задача №3**

Цифры трехзначного числа записали в обратном порядке, а потом сложили с исходным числом, получившаяся сумма оказалась записана только нечетными цифрами. Приведите пример такого числа.

**Решение**

Например, подходит число 538, но это не единственное такое число.

**Ответ: 538.**

**Комментарий**

Практически все участники смогли придумать подходящее число, а некоторые даже несколько. Редко встречались и неправильные ответы, хотя можно было легко проверить, что они не удовлетворяют условию. Заметим, что всего таких чисел целых 100. Предлагаем самостоятельно это доказать. Для этого нужно понять, какими свойствами должны обладать цифры исходного числа.

**Задача №4**

Из карточек с цифрами 2, 3, 5, 6, 7 и 8 составлено равенство  $73 - 26 = 58$ . Перемещая цифры, исправьте это равенство.

**Решение**

**$83-56=27$ .**

**Комментарий**

Помимо решения предложенного нами, в работах встречались и другие верные ответы:

$$83-26=57;$$

$$83-26=57;$$

$$65-27=38;$$

$$65-37=28.$$

В некоторых работах встречались равенства, в которых использовались не те цифры, нужно внимательнее читать условие.

**Задача №5**

Чебурашка и крокодил Гена бегают по кругу по часовой стрелке. Крокодил Гена иногда обгоняет Чебурашку. После того, как Чебурашка изменил движение против часовой стрелки, они стали встречаться в 5 раз чаще. Чему равна скорость Чебурашки, если Гена бежит со скоростью 12 км/ч?

**Решение**

Пусть скорость Чебурашки  $x$  км/ч. Частота встреч обратно пропорциональна скорости Гены относительно Чебурашки. Поэтому условие означает, что сумма скоростей Гены и Чебурашки в 5 раз больше разности этих скоростей.  $12+x = 5*(12-x)$ . Отсюда получаем, что  $x$  равен 8 км/ч.

**Ответ: 8 км/ч.**

**Комментарий**

Большинство участников решили задачу верно, но встречались так же ответы 1, 9, 12 и даже 60 км/ч. Предлагаем им, прочитать опубликованное нами решение, оно поможет найти у себя ошибку. Скорее всего, было неправильно составлено уравнение.

## 8-9 класс

### Задача №1

Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды – 23 года. Во время матча один из игроков получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 22 года. Сколько лет футболисту, получившему травму?

#### **Решение**

Сумма возрастов всех 11 игроков равна  $23 \cdot 11 = 253$  годам. Сумма возрастов всех оставшихся на поле равна  $22 \cdot 10 = 220$  лет; значит, игроку, получившему травму,  $253 - 220 = 33$  года.

**Ответ: 33 года.**

### Задача №2

Найдите двузначное число, которое в 5 раз больше суммы своих цифр.

#### **Решение**

Так как число в 5 раз больше суммы своих цифр, то оно делится на 5, а значит, оканчивается либо на 0, либо на 5. Но любое двузначное число, оканчивающееся на 0, больше суммы своих цифр в 10 раз; значит, наше число заканчивается на 5. Пусть его первая цифра  $a$ , тогда сумма цифр равна:  $a+5$ , а само число равно  $10a+5$ . Получаем уравнение:  $10a+5=5 \cdot (a+5)$ . Отсюда получается, что  $a$  равно 4. Значит, искомое число 45.

**Ответ: 45.**

### Задача №3

Трое играют в настольный теннис; причем игрок, проигравший партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней. В итоге оказалось, что первый игрок сыграл 16 партий, второй – 33. Сколько партий сыграл третий игрок?

#### **Решение**

Из каждых двух партий подряд первый игрок хотя бы в одной должен участвовать; значит, партий было не более  $2 \cdot 16 + 1 = 33$ . Следовательно, было сыграно всего 33 партии, и второй игрок участвовал в каждой из них. В 16 партиях он встречался с первым, а в оставшихся 17 партиях – с третьим. Третий игрок сыграл 17 партий.

**Ответ: 17.**

### Комментарий

С этой задачей справилось большинство, но встречались ответы 11, 27 и 49 партий.

### Задача №4

Незнайку попросили умножить 2 трехзначных числа, вместо этого он просто стер между ними знак умножения и получил одно шестизначное число. Результат у него получился в три раза больше. Какие числа умножал Незнайка?

#### **Решение**



Пусть  $x$  одно трехзначное число, а  $y$  второе; тогда получаем, что  $3^x \cdot y = 1000 \cdot x + y$ . Откуда  $y$  равен  $1000 \cdot x / (3^x - 1)$ . Так как  $y$  - число натуральное, это обозначает, что  $1000 \cdot x$  делится на  $3^x - 1$ . Числа  $x$  и  $3^x - 1$  взаимно просты, значит,  $3^x - 1$  является делителем 1000, причем  $x$  - трехзначное число, значит, и  $3^x - 1$  либо трехзначное число, либо четырехзначное число. У 1000 есть только 5 таких делителей: 100, 200, 250, 500 и 1000.  $3^x - 1$  делится на 3 с остатком 2; значит, нам подходят только числа 200 и 500. Если  $3^x - 1 = 200$ , то  $x = 67$ , не подходит. Если  $3^x - 1 = 500$ , то  $x = 167$ . Такой вариант подходит, тогда  $y = 334$ .

**Ответ: 167 и 334.**

### Комментарий

В этой задаче большинство либо ответило верно, либо вообще ничего не ответило.

### Задача №5

В контрольной работе было 5 задач. Учитель ставил за контрольную оценку, равную количеству решенных задач. Все ученики, кроме Тани, решили одинаковое число задач, а Таня - на одну больше. Первую задачу решили 7 человек, вторую - 9 человек, третью - 3 человека, четвертую - 5 человек, пятую - один. Сколько четверок и пятерок было получено на контрольной?

#### **Решение**

Предположим, что Таня получила не меньше 4, тогда остальные решили не меньше 3 задач каждый, и суммарное число задач, решённых всеми учениками, - не меньше  $3 \cdot 9 = 27$  (из условия видно, что число учеников не меньше 9). Но, с другой стороны, это число равно:  $9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 25$ . Получили противоречие.

**Ответ: ни одной.**

### Комментарий

В этой задаче было очень много неверных ответов. 1 пятерка, 2 четверки; 1 пятерка, 3 четверки; 1 пятерка, 4 четверки; 1 пятерка, 5 четверок; 0 пятерок, 4 четверки. Нам остается только гадать, как они были получены.



Электронная школа Знаника  
<http://znanika.ru>