



КАРТА СОКРОВИЩ

ВСЕРОССИЙСКИЙ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
КОНКУРС



ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор задач первой части заданий

4-5 класс

1	2	3	4	5
В	В	Б	Г	В

Комментарий

Так как в задачах из первой и второй части нужно было только указать ответ без пояснений, мы не можем отследить, как был получен тот или иной неверный ответ. Скорее всего часто школьники указывали ответ наугад, когда не могли решить задачу. Тем не менее, в некоторых задачах из всех неверных вариантов предпочитался один. С большинством задач многие школьники справились. Разберем те задачи, в которых доля неверных ответов была значительной.

Задача №1

На планете Бумбам живут бумы и бама. У каждого бума 2 головы и 1 хвост, а у каждого бама 1 голова и 3 хвоста. Сколько всего жителей на планете Бумбам, если у них всего 33 головы и 34 хвоста?

А. 10 Б. 15 В. 20 Г. 18

Решение:

Количество бамов - число нечетное, иначе бы общее число голов у бамов и бумов было четным, а их 33. При этом, сколько бы ни было бамов, общее число их хвостов делится на 3. Значит, общее число хвостов бамов делится на 6 с остатком 3. Так как 34 делится на 6 с остатком 4, это значит, что общее число хвостов бумов должно делиться на 6 с остатком 1. Так как у каждого бума всего 1 хвост, значит, число бумов делится на 6 с остатком 1. При этом бумов не больше 16, иначе бы количество их голов было больше 33. Значит, нам подходят только числа 1, 7 и 13. Переберем их. Если бум 1, у него 2 головы и 1 хвост; значит, у всех бамов 31 голова и 33 хвоста. Этот вариант не подходит, потому что 31 голова у 31 бама, а хвостов у них должно быть 93.

Если бумов 7, то у них 14 голов и 7 хвостов, значит, у бамов 19 голов и 27 хвостов. Этот вариант тоже не подходит, так как у 19 бамов 51 хвост.

Если бумов 13, то у них 26 голов и 13 хвостов; значит, у бамов 7 голов и 21 хвост, это верно для 7 бамов. Значит, всего жителей на планете Бумбам $13+7=20$.

Ответ: В. 20.

Задача №2

Один будильник спешит на 15 минут и показывает 8 часов 45 минут. Какое время показывает другой будильник, который отстает на 10 минут?

А. 8 ч 50 мин Б. 9 ч 10 мин В. 8 ч 20 мин Г. 8 ч 55 мин

Решение

Так как будильник, который спешит на 15 минут, сейчас показывает 8 часов 45 минут, значит, сейчас на самом деле 8 часов 30 минут. Значит, будильник, который отстает на 10 минут, показывает 8 часов 20 минут.

Ответ: В. 8 ч 20 мин

Задача №3

У Незнайки было 10 кусочков бумаги, некоторые из них он разрезал на 4 части. Всего получилось 22 кусочка. Сколько кусочков разрезал Незнайка?

А.3

Б. 4

В. 5

Г. 6

Решение

При каждом разрезании общее количество кусочков увеличивается на 3 (был 1, стало 4). Всего общее количество кусочков увеличилось на $22 - 10 = 12$ кусочков. Значит, было сделано $12:3 = 4$ разреза.

Ответ: Б. 4.

Задача №4

Одноногий пират Сильвер нашел 3 сундука, в каждом из которых по 11 драгоценных камней и начал переключивать их себе в карманы в таком порядке: камень из левого сундука, потом из центрального, потом из правого, потом из центрального, потом снова из левого и так далее. Когда он забрал последний камень из центрального сундука, он остановился. В одном из двух крайних сундуков осталось больше камней. Сколько?

А. 1

Б. 2

В. 5

Г. 6

Решение

Будем записывать количество камней в трех сундуках последовательно из трех чисел. Запишем, как менялись эти количества после каждого действия пирата.

11,11,11 -> 10,11,11 -> 10,10,11 -> 10,10,10 -> 10,9,10 -> 9,9,10 -> 9,8,10 -> 9,8,9 -> 9,7,9 -> 8,7,9 -> 8,6,9 -> 8,6,8 -> 8,5,8 -> 7,5,8 -> 7,4,8 -> 7,4,7 -> 7,3,7 -> 6,3,7 -> 6,2,7 -> 6,2,6 -> 6,1,6 -> 5,1,6 -> 5,0,6.

На этом пират Сильвер остановился. Больше камней осталось в правом сундуке.

Ответ: Г. 6.

Комментарий

В этой задаче среди неправильных чаще всего встречался вариант А. По всей видимости школьники либо невнимательно прочитали вопрос, (если бы вопрос был не «Сколько?», а «На сколько?», то ответ А был бы верным. В правом сундуке на 1 камень больше, чем в левом), либо не проделали всю последовательность действий, а потому не смогли угадать верный ответ.

Задача №5

Как вы знаете, общее число точек на любых двух противоположных гранях игрального кубика равно 7. Хулиган Вовочка нашел 10 таких кубиков и склеил их в столбик, при этом количество точек на всех наружных гранях получилось минимальным. Что это за количество?

А. 147

Б. 210

В. 142

Г. 102

Решение

Заметим следующее свойство: У 8-ми кубиков, которые находятся не с краю, по две пары противоположных граней оказываются снаружи. Значит, они всегда дают в общую сумму точек на всех наружных гранях сумму $14 \cdot 8 = 112$. У двух крайних кубиков одна грань попадает внутрь, а все остальные 5 становятся наружными. Соответственно, сумма точек на всех наружных гранях будет минимальна, если у крайних кубиков внутри столбика оказываются грани с 6-тью точками. Значит, минимальное количество точек на всех наружных гранях равно $112 + 2 \cdot (1+2+3+4+5) = 142$.

Ответ: В. 142.**Комментарий**

В этой задаче помимо правильных встречались так же варианты А и Г. Вариант Б (210) практически никто не выбирал. 210 – это сумма всех точек на всех 10 кубиков, и ясно, что на внешних гранях сумма будет меньше. Ошибочный вариант 147 появлялся, по всей видимости, из мнения, что сумма точек самой нижней грани в столбике и самой верхней грани в столбике тоже должна быть равна 7, но это не обязательно.

6-7 класс

1	2	3	4	5
В	В	Г	Б	Б

Задача №1

Если в некотором месяце 5 пятниц, то в этом месяце не может быть:

А. 5 четвергов Б. 5 сред **В. 5 вторников** Г. 5 суббот

Решение

В промежутке между первой пятницей и последней 27 дней. То есть вместе с этими двумя пятницами – это уже 29 дней, из которых 5 пятниц и по 4 всех остальных дней недели. Максимум в месяце бывает 31 день. Если месяц начинается с пятницы, то в нем еще есть пятая суббота и пятое воскресенье. Если месяц заканчивается пятницей, то в нем еще пятая среда и пятый четверг. А вот пяти вторников быть не может, потому что если пятый вторник стоит до первой пятницы, то в таком месяце должно быть как минимум 32 дня, а если бы он стоял после последней пятницы, то в месяце должно было быть как минимум 33 дня.

Заметим, что в мае 2015 года как раз 5 пятниц, а также 5 суббот. А в июле 2015 года будет 5 сред, 5 четвергов и 5 пятниц.

Ответ: В. 5 вторников.

Комментарий

Среди неверных в работах встречались варианты Б и Г. Отметим, что для этой задачи можно было раздобыть настоящие календари. Календаря за 2015 год было бы достаточно, чтобы понять, что в месяце в котором 5 пятниц может быть и 5 четвергов, либо 5 сред, либо 5 суббот.

Задача №2

Никита разложил 18 конфет на кучки так, чтобы во всех кучках оказалось различное число конфет. Какое наибольшее количество кучек у него могло получиться?

А. 3 Б. 4 **В. 5** Г. 6

Решение

Никита сможет разложить конфеты на 5 кучек, например, так: 1,2,3,4,8. Чтобы разложить конфеты на 6 кучек, Никите потребуется как минимум $1+2+3+4+5+6=21$ конфета, поэтому 5 – это максимальное число возможных кучек.

Ответ: В. 5.

Комментарий

Среди неверных чаще всего встречался ответ Б (4 кучки), не все участники смогли придумать разложение конфет на большее число кучек, хотя в данной задаче достаточно было понять, что кучек будет тем больше, чем меньше конфет в каждой из них. Отсюда придумывался оптимальный пример, когда в первой кучке 1

конфета, во второй 2, в третьей 3, в четвертой 4, после чего оставалось 8 конфет, которые уже нельзя было разложить еще на 2 кучки.

Задача №3

Одноногий пират Сильвер нашел 4 сундука, стоящих в ряд, в каждом из которых по 11 драгоценных камней, и начал перекаладывать их себе в карманы в таком порядке: камень из первого сундука, камень из второго сундука, из третьего, из четвертого; затем из третьего, из второго, из первого, из второго и так далее. Когда он забрал последний камень из центрального сундука, он остановился. Сколько камней взял себе Сильвер?

А. 30

Б. 31

В. 22

Г. 32

Решение

Будем записывать количество камней в четырех сундуках последовательностью из четырех чисел. Запишем, как менялись эти количества после действий пирата.

11,11,11,11 (пират взял камни из каждого сундука слева направо) \rightarrow 10,10,10,10 (пират взял камни из сундуков справа налево) \rightarrow 9,9,9,10 \rightarrow 9,8,8,9 \rightarrow 8,7,7,9 \rightarrow 8,6,6,8 \rightarrow 7,5,6,8 \rightarrow 7,4,4,7 \rightarrow 6,3,3,7 \rightarrow 6,2,2,6 \rightarrow 5,1,1,6 \rightarrow 5,0,1,6.

На этом пират Сильвер остановился. Мы видим, что в сундуках осталось всего $5+0+1+6=12$ камней. Вначале их было 44, значит, Сильвер взял себе 32 камня.

Ответ: Г. 32.

Комментарий

Здесь все неверные ответы встречались в работах примерно одинаково часто. В этой задаче для получения верного ответа было достаточно внимательно выполнить алгоритм, по которому действовал Сильвер.

Задача №4

Саша и Оля, гуляя по парку, набрали на поляну, окруженную березами. Саша пошел вокруг поляны, считая деревья. Оля сделала то же самое, но начала с другого дерева (хотя пошла в ту же сторону). Дерево, которое у Саши было 33-м, у Оли было 12-м, а дерево, которое у Саши было 12-м, у Оли было 79-м. Сколько деревьев росло вокруг поляны?

А. 90

Б. 88

В. 86

Г. 100

Решение

Для удобства назовем деревом А то, которое у Оли 12-е, а деревом В то, которое у Оли 79. Тогда между деревом А и деревом В по ходу движения Оли находится 66 деревьев (с 13-го по 78-е Олино дерево). А между деревом В и деревом А находится 20 деревьев (с 13-го по 32-е Сашино дерево). Значит, всего деревьев было $66+20+2=88$.

Ответ: Б. 88.

Комментарий

Здесь самым популярным среди неверных был ответ А (90) деревьев, он получался, если подумать, что между 79 и 12 деревом находится 67 деревьев, а не 66. Здесь нужно было понять, что не достаточно вычесть из 79 12. Аналогично между 12 и 33 находится не 21, а всего лишь 20 деревьев.

Задача №5

Если одно из чисел увеличить в 100 раз, а другое уменьшить в 20 раз, то что произойдет с их произведением?

А. Уменьшится в 5 раз Б. Увеличится в 5 раз В. Уменьшится в 80 раз Г. Увеличится в 80 раз

Решение

Пусть эти числа x и y , тогда их произведение равно xy . После того, как x увеличили в 100 раз, а y уменьшили в 20, их произведение стало $x \cdot 100 \cdot y / 20 = xy \cdot 5$, то есть произведение увеличилось в 5 раз.

Ответ: Б. Увеличится в 5 раз.

8-9 класс

1	2	3	4	5
В	Г	Б	Г	Б

Задача №1

Ненулевое число возвели в четвертую степень, и оно увеличилось вдвое. Во сколько раз оно увеличится, если его возвести в десятую степень?

А. 4 Б. 5 В. 8 Г. 6

Решение

Пусть наше число x , тогда $x^4=2x$. Так как $x^4=x*x^3$, то $x^3=2$. Запишем x^{10} как $x*x^3*x^3*x^3=x*2*2*2=x*8$. Значит, при возведении в 10-ю степень число увеличилось в 8 раз.

Ответ: В. 8.

Комментарий

Самым популярным среди неправильных в этой задаче был вариант Б (5 раз), он берется из неверного представления, что число в 10й степени в 2,5 раза больше, чем это же число в 4й степени.

Задача №2

На доске выписаны все числа от 1 до 2015. Знайка подчеркнул все числа, делящиеся на 2; затем все числа, делящиеся на 3; а затем все числа, делящиеся на 4. Сколько чисел подчеркнуто ровно 2 раза?

А. 168 Б. 674 В. 335 Г. 504

Решение

Посмотрим, как подчеркивались числа в первой дюжине.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 (подчеркнуты все числа, кратные 2).

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 (подчеркнуты все числа, кратные 2 и 3).

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 (подчеркнуты все числа, кратные 2, 3 и 4).

Ровно 2 раза оказалось подчеркнуто 3 числа. Теперь заметим, что любое число $x+12$ будет подчеркнуто ровно столько же раз, что и число x , а это значит: в каждой следующей целой дюжине чисел будет тоже по 3 числа, подчеркнутых 2 раза. $2015=12*167+11$. В последних 11 числах тоже будет 3 числа, подчеркнутых 2 раза. Значит, всего чисел, подчеркнутых 2 раза, $3*167+3=504$.

Ответ: Г. 504.

Комментарий

Около половины школьников неверно решили эту задачу. Самыми популярными из неверных были варианты А и Б. Видимо участники неверно поняли, что в каждом цикле из 12 чисел либо 1 число подчеркнуто дважды, либо 4, соответственно.

Задача №3

Какова первая цифра в наименьшем натуральном числе, сумма цифр которого равна 12345?

- А. 4 Б. 6 В. 1 Г. 2

Решение

Чем меньше цифр использовано в числе, тем оно меньше. Значит, для получения минимального числа с суммой цифр 12345, мы должны использовать как можно больше девяток. Число дает при делении на 9 такой же остаток, как и его сумма цифр. $1+2+3+4+5=15=9+6$. Значит, в нашем числе будут одни девятки и цифра 6; чтобы оно было минимальным, нам нужно, чтобы цифра 6 стояла первой.

Ответ: Б. 6.

Комментарий

В этой задаче около трети участников выбирали неверный ответ В (1). По всей видимости, они поняли, что чем меньше цифра в первом разряде, тем меньше число, но забыли, что это свойство выполняется только при сравнении чисел, состоящих из одинакового количества цифр. Поэтому при конструировании наименьшего числа нужно было в первую очередь добиться, чтобы в нем было как можно меньше разрядов, а уже потом отсортировать цифры по возрастанию.

Задача №4

Если бы вчера была среда, то через 72 часа после сегодняшнего полудня был бы день недели, который на самом деле будет послезавтра. Из этого следует, что вчера был?

- А. Понедельник Б. Вторник В. Среда Г. Четверг

Решение

Если бы вчера была среда, то сегодня в полдень четверг; еще через 72 часа будет воскресенье. Значит, на самом деле послезавтра будет воскресенье, то есть сегодня пятница, из чего следует, что вчера был четверг.

Ответ: Г. Четверг.

Комментарий

Среди неправильных чаще всего встречались варианты А (понедельник) и Б (вторник). В задаче нужно было просто последовательно вычислить, какой сегодня день, нигде не запутавшись.

Задача №5

Когда странный зверь Кракозябр хочет пить, 98% его веса составляет вода. После того, как он напьется воды, его вес станет равным 100 кг, а вода будет составлять 99% его веса. Сколько весит Кракозябр, когда испытывает жажду?

- А. 20 кг Б. 50 кг В. 98 кг Г. 99 кг

Решение

Пусть x масса всего остального, кроме воды, в Кракозябре. Когда он напился, x составляет 1% от его веса, а всего он весит 100 кг, значит, x равен 1 кг. Когда Кракозябр хочет пить, то x составляет 2% от его веса, значит, весь его вес – 50 кг.

Ответ: Б. 50 кг.

Комментарий

Правильно решили эту задачу меньше половины участников. Большинство выбрали варианты В (98) и Г (99). Заметим, что эту задачу в разных формулировках (про грибы, которые сушат, либо про улитку, которая высыхает на солнце) любят задавать на собеседованиях в ИТ-компаниях, где ее нужно быстро решить в уме.



Электронная школа Знаника

<http://znanika.ru>