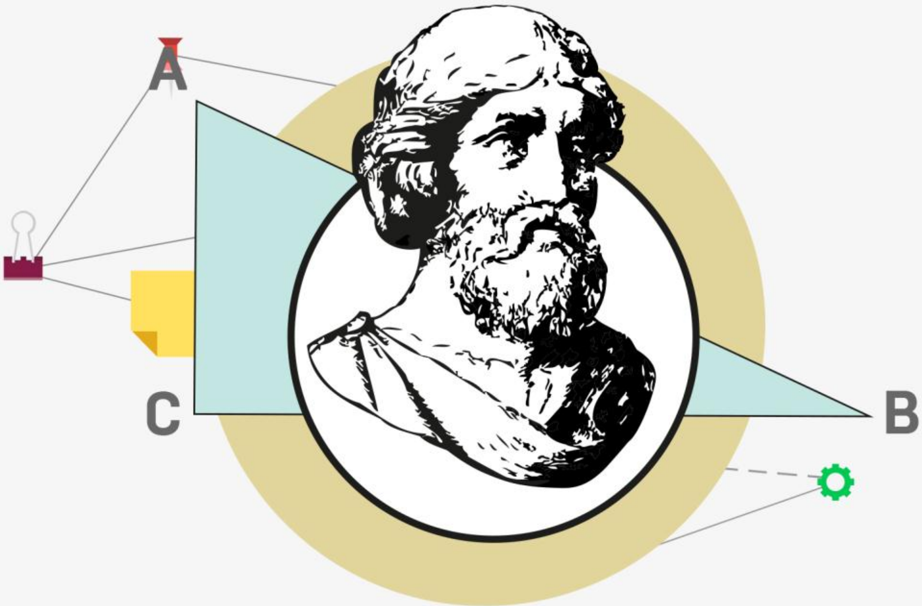


Потомки Пифагора

КОНКУРС-ИГРА ПО МАТЕМАТИКЕ

ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор заданий № 11-15

2-3 класс

Задание №11 (1 балл)

Какое число пропущено в примере: 91 – 57 + 24 = 62 – … + 29?

А. 30 Б. 31 В. 32 Г. 33

Решение:

91 – 57 + 24 = 58;

62 + 29 = 91;

91 – 58 = 33.

Ответ: Г. 33

Комментарий:

Две трети участников (65%) смогли решить эту задачу. В задаче можно было перенести все в левую часть 91 – 57 + 24 – 62 – 29 = –…, посчитать и получить 33. Также можно было подставить предложенные варианты ответа в пример и сравнить правую и левую части выражения.

Задание №12 (1 балл)

Какую наибольшую сумму цифр можно получить на табло электронных часов, показывающих только часы и минуты (например: 15:41)?

А. 19 Б. 21 В. 23 Г. 24

Решение:

Показатель минут может изменяться от 00 до 59, наибольшая сумма цифр у 59, это $5+9=14$. Показатель часов может изменяться от 00 до 23, наибольшая сумма цифр у 19, это $1+9=10$. Таким образом наибольшая сумма цифр на табло может быть $10+14=24$ 10 + 14 = 24.

Ответ: Г. 24

Комментарий:

В этой задаче 42% участников указали верный вариант ответа. Большинство ошибок было из-за того, что участники посчитали, что наибольшая сумма цифр, когда время 23:59, это неверно.

Задание №13 (1 балл)

Улитка ползет вверх на дерево. Днем она заползает на 7 метров, а за ночь скатывается на 3 метра. За сколько дней улитка заползет с подножья на крону дерева, если его высота 19 метров?

А. 6 Б. 5 В. 4 Г. 3

Решение:

В конце первого дня улитка заползет на высоту 7 метров. Далее за одни сутки улитка будет подниматься на $7-3=4$ метра. То есть в конце второго дня она будет на высоте $7+4=11$ метров. В конце третьего на высоте $11+\ 4=15$ метров. В конце четвертого на высоте $15+4=19$ метров.

Ответ: В. 4

Комментарий:

С этой задачей справились только 38% участников. Многие подумали, что правильный ответ 5 дней. Возможно, они посчитали, что улитка за день поднимается на $7-3=4$ метра, и поэтому на 19 метров она заберется лишь на 5-ый день. Но как видно из авторского решения это неверно.

Задание №14 (1 балл)

В чемпионате по хоккею одна команда за три матча забила четыре гола и пропустила одну шайбу. За каждую победу команда получает 3 очка, за ничью 1 очко, за поражение 0 очков. Сколько очков **НЕ** могла получить эта команда, если ни один матч не закончился со счетом 0:0?

А. 9 Б. 7 В. 6 Г. 5

Решение:

Для того чтобы набрать 5 очков за три матча, команда должна выиграть один матч и два матча сыграть вничью. Поскольку команда пропустила только одну шайбу, и ни один матч не закончился со счетом 0:0, то эта команда не могла сыграть вничью две игры, а значит и не могла набрать за три матча 5 очков. Для всех остальных ответов можно построить пример:

	первый матч	*второй матч*	*третий матч*
9 очков	2:1	1:0	1:0
7 очков	1:1	2:0	1:0
6 очков	2:0	2:0	0:1

Ответ: Г. 5

Комментарий:

В этой задаче 41% участников указали верный ответ. Альтернативные способы решения данной задачи трудно придумать, надо просто попытаться построить пример для всех предложенных вариантов ответа и понять, для какого ответа пример построить нельзя.

Задание №15 (1 балл)

Сколько существует двузначных чисел, у которых единиц больше, чем десятков?

А. 18 Б. 36 В. 45 Г. 50

Решение:

Посчитаем количество таких чисел для каждого десятка:

От 10 до 19 таких чисел 8, это 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 и 19;

От 20 до 29 таких чисел 7, это 23, 24, 25, 26, 27, 28 и 29;

От 30 до 39 таких чисел 6, это 34, 35, 36, 37, 38 и 39;

От 40 до 49 таких чисел 5, это 45, 46, 47, 48 и 49;

Аналогично получаем, что для пятого десятка их 4, для шестого их 3, для седьмого их 2, для восьмого оно 1, а для девятого десятка таких чисел нет.

Значит, всего таких чисел будет 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36.

Ответ: Б. 36

Комментарий:

Эту задачу решили ровно половина (50%) участников. Большинство, наверное, так и решали ее перебором, как в авторском решении, но можно решить и более емким методом. Всего двузначных чисел 90, от 10 до 99. Среди них 9 чисел, у которых количества десятков и единиц равны (11, 22 и т.д.). Еще 9 чисел оканчивающихся на 0 (10, 20 и т.д.). Оставшиеся 90 – 9 – 9 = 72 числа можно разбить на пары (AB; BA), в каждой такой паре одно из чисел удовлетворяет условию, а другое нет. Значит всего искомых чисел будет 72/2 = 36.

Разбор заданий № 11-15

4-5 класс

<u>Задание №11 (1 балл)</u>

Корова на рынке стоит 160 серебряных монет или 20 золотых. А поросенок стоит 20 серебряных монет или 60 бронзовых. Сколько золотых монет нужно заплатить за курицу, если за нее просят 24 бронзовых?

А. 4 Б. 3 В. 2 Г. 1

Решение:

Одна золотая монета стоит $160:20=8$ серебряных монет. Одна серебряная монета стоит $60:20=3$ бронзовых монеты. Значит одна золотая монета стоит $8\cdot 3=24$ бронзовых. Следовательно, за курицу нужно заплатить 1 золотую монету.

Ответ: Г. 1

Комментарий:

В этой задаче 44% участников указали верный ответ. В задаче необходимо правильно конвертировать цену из одной валюты в другую, зная отношения этих валют к третьей. Числа специально подобраны так, чтобы результаты вычислений были целыми. Подобные задачи довольно часто встречаются на математических конкурсах и их необходимо уметь решать.

<u>Задание №12 (1 балл)</u>

Из набора чисел 1, 2, …,11 и 12 убрали все числа, которые в сумме с 13 делятся на 2 или на 3. Сколько чисел осталось в наборе?

А. 4 Б. 5 В. 6 Г. 7

Решение:

Все нечетные числа в сумме с 13 делятся на 2. Числа 2, 5, 8 и 11 в сумме с 13 делятся на 3. Уберем все эти числа из данного набора, останутся числа 4, 6, 10 и 12. Итого четыре числа.

Ответ: А. 4

Комментарий:

Задача довольно простая, с нею справились 52% участников. Для решения задачи достаточно было прибавить 13 к каждому числу набора, и проверить все числа получившегося набора (14, 15, …, 25) на делимость на 2 и на 3.

Задание №13 (1 балл)

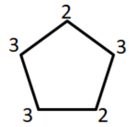
Крепость имеет вид пятиугольника, в каждой вершине которого расположена сторожевая башня. Каждую из пяти стен крепости охраняют стражники в башнях, расположенных в концах этой стены. Какое наименьшее количество стражников нужно разместить в башнях, чтобы каждая стена охранялась не менее чем пятью стражниками?

А. 12 Б. 13 В. 14 Г. 15

Решение:

Пронумеруем стены от 1 до 5. Каждую из этих стен охраняют не менее 5 стражников. Посчитаем сумму стражников охраняющих каждую стену, получим, что их не менее $5 \cdot 5 = 25$. Так как каждый стражник охраняет две стены, то в этой сумме он посчитан дважды. Значит, всего стражников не менее $25 : 2 = 12{,}5$. Но так как стражников должно быть целое число, то их не менее 13.

Пример для 13 стражников можно построить так:



Ответ: Б. 13.

Комментарий:

В этой задаче лишь треть (33%) участников смогли найти правильный ответ. Авторское решение построено на довольно стандартном приеме, рекомендую его запомнить, поскольку решать подобные задачи подбором бывает довольно сложно, а доказать минимальность полученного ответа порой и вообще не получиться.

Задание №14 (1 балл)

Числа от 1 до 10 расставлены по кругу так, что разность любых двух соседних чисел не более двух. Какое число стоит напротив числа 5?

А. 4 Б. 6 В. 8 Г. 10

Решение:

Попробуем восстановить порядок чисел. Рядом с единицей могут стоять только 2 и 3, далее после двойки может быть только 4, после тройки только 5, тогда после четверки только 6. Поскольку между 5 и 6 стоят четыре числа (5, 3, 1, 2, 4, 6), то 6 стоит напротив 5.

Ответ: Б. 6

Комментарий:

В этой задаче правильный ответ нашли 42% участников. Решение задачи довольно простое и не требует особых знаний или навыков. Достаточно было восстановить картинку, начав с любого числа.

<u>Задание №15 (1 балл)</u>

Часы Вали отстают на 7 минут, но она считает, что часы спешат на 3 минуты. Часы Вани спешат на 2 минуты, однако он думает, что они отстают на 8 минут. Друзья договорились встретиться в 5 часов вечера. Кто раньше окажется у места встречи и на сколько минут?

А. Ваня на 20 Б. Валя на 20 В. Ваня на 10 Г. Валя на 10

Решение:

Валя считает, что ее часы спешат на 3 минуты, значит, она придет на место встречи в 5:03 по своим часам. Но на самом деле ее часы отстают на 7 минут, значит, правильное время в этот момент будет 5:10. Ваня думает, что его часы отстают на 8 минут, значит, на место встречи он придет в 4:52 по своим часам. Но на самом деле его часы спешат на 2 минуты, значит, правильное время в этот момент будет 4:50. Следовательно, у места встречи Ваня окажется на 20 минут раньше Вали.

Ответ: А. Ваня на 20

Комментарий:

Эта задача оказалась самой трудной. Ее решили правильно только 17% участников. Здесь требовалось внимательно посчитать в какое время каждый придет на место встречи. Вычисления не трудные, но их много и запутаться в них довольно просто. В подобных задачах рекомендую уделять особое внимание проверке ответа. Именно поэтому задача была предложена последней.

Разбор заданий № 11-15

6-7 класс

Задание №11 (1 балл)

После того, как вылупились еще 3 цыпленка, оказалось, что запасов зерна хватит только на 5 дней, а не на 6, как раньше. Сколько цыплят было сначала?

А. 9 Б. 12 В. 15 Г. 18

Решение:

Из условия можно сделать вывод, что 3 цыпленка за 5 дней съедают столько зерна, сколько за $6-5=1$ день съедают цыплята в изначальном количестве. Значит, начальное количество цыплят должно быть в $5:1=5$ раз больше, то есть $3\cdot5=15$.

Ответ: В. 15

Комментарий:

В этой задаче 41% участников нашли верный ответ. На самом деле, имея варианты ответа, можно было просто проверить каждый из них. Подобный метод довольно часто помогает решать задачи, не забывайте об этом.

Задание №12 (1 балл)

С того дня, как капитан корабля попал на необитаемый остров, он каждый день вырезал на дощечке первую букву в названии дня недели. Спустя 18 дней он заметил, что каждая буква вырезана разное количество раз. В какой день недели капитан попал на остров?

А. Среда Б. Четверг В. Пятница Г. Суббота

Решение:

Для решения данной задачи построим таблицу:

	День																		Количество			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	п	в	с	ч
Понедельник	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	5	5	5	3
Вторник	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	5	5	5	3
Среда	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	5	4	6	3
Четверг	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	5	5	5	3
Пятница	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	6	5	5	2
Суббота	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	5	6	5	2
Воскресенье	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	ч	п	с	в	п	в	с	5	6	5	2

Из таблицы видно, что единственный день недели, при котором выполняется условие, это среда.

Ответ: А. Среда

Комментарий:

Эту задачу решили 46% участников. Авторское решение основано на простом переборе и это самый очевидный и надежный метод решения в данном случае.

Задание №13 (1 балл)

Литр раствора весит 2 кг. Бидон с раствором весит 27 кг. После того, как половину раствора вылили, бидон с оставшимся раствором стал весить 15 кг. Сколько литров раствора должно быть в бидоне, чтобы он весил в 3 раза больше, чем пустой?

А. 2 Б. 3 В. 5 Г. 6

Решение:

Полный бидон весит 27 кг, а бидон с половиной раствора весит 15 кг. Значит, половина раствора, вмещающегося в бидон, это $27-15=12$ кг. Следовательно, в полном бидоне $12\cdot 2=24$ кг раствора, а сам бидон весит $27-24=3$ кг. Чтобы бидон с раствором весил в 3 раза больше чем пустой в нем должно быть $3\cdot 3-3=6$ кг раствора, а это $6:2=3$ литра.

Ответ: Б. 3

Комментарий:

Ровно половина участников (50%) указали верный ответ в этой задаче. Основная ошибка остальных была в том, что они забыли перевести ответ в литры и указали его в килограммах, выбрав ответ Г. 6. Внимательно читайте условия и не забывайте проверять полученные ответы, чтобы избежать подобных ошибок.

Задание №14 (1 балл)

Имеется набор чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12. Сколькими способами его можно разбить на пары так, чтобы разность чисел в каждой паре была одинаковой?

А. Двумя Б. Тремя В. Четырьмя Г. Более четырех

Решение:

Разность двух чисел от 1 до 12 может изменяться от 1 до 11. Данный набор нельзя разбить на пары так, чтобы в каждой паре сумма была 7, 8, 9, 10 или 11, так как для числа 7 не найдется числа в наборе, с которым бы разность составляла 7, 8, 9, 10 или 11. Нельзя разбить набор на пары, чтобы разность чисел в каждой паре была равна 4, так как для чисел 2 и 10 парой может быть только число 6. Также нельзя разбить набор на пары, чтобы разность чисел в каждой паре была равна 5, так как для чисел 1 и 11 парой может быть только число 6. Для всех остальных случаев можно построить пример:

Разность	пара 1	пара 2	пара 3	пара 4	пара 5	пара 6
1	1 и 2	3 и 4	5 и 6	7 и 8	9 и 10	11 и 12
2	1 и 3	2 и 4	5 и 7	6 и 8	9 и 11	10 и 12
3	1 и 4	2 и 5	3 и 6	7 и 10	8 и 11	9 и 12
6	1 и 7	2 и 8	3 и 9	4 и 10	5 и 11	6 и 12

Итого 4 способа.

Ответ В. Четырьмя

Комментарий:

Эта задача оказалась одной из самых сложных, здесь верный ответ указали лишь 23% участников. Решение требовало большого количества рассуждений и перебора, возможно, многие не смогли построить пример для каких-либо чисел, для которых этот пример существует.

<u>Задание №15 (1 балл)</u>

За руководителем компании каждое утро в одно и то же время заезжал автомобиль из офиса. Однажды руководитель вышел раньше на 55 минут и пошел навстречу автомобилю и приехал в офис на 10 минут раньше, чем обычно. Во сколько раз скорость автомобиля больше скорости руководителя?

А. В 5 раз Б. В 10 раз В. В 15 раз Г. В 20 раз

Решение:

Пусть руководитель прошел навстречу автомобилю расстояние S. В обычной ситуации, когда руководитель не выходит раньше, а ждет автомобиль дома, автомобиль проделывает путь на 2*S больше и тратит на это на 10 минут больше. Значит, расстояние S автомобиль проезжает за 5 минут. Отсюда следует, что автомобиль встретил руководителя на 5 минут раньше обычного, а значит, расстояние S руководитель прошел за $55-5=50$ минут, то есть в 10 раз медленнее, чем его проезжает автомобиль.

Ответ: Б. в 10 раз

Комментарий:

В этой задаче только 27% участников смогли указать правильный ответ. Основная ошибка в этой задаче в том, что многие считали, что машина за 10 минут проезжает расстояние, которое руководитель прошел пешком за 55 минут. Это не верно, так как в случае, когда руководитель вышел раньше, чем обычно, он и машину встретил раньше, чем обычно.

Разбор заданий № 11-15

8-9 класс

Задание №11 (1 балл)

Количество цифр, потребовавшихся для нумерации страниц энциклопедии, не превосходит 2017. Если бы энциклопедия содержала на один лист больше, то количество цифр, потребовавшихся для нумерации страниц, превосходило бы 2017. Сколько листов в энциклопедии?

А. 709 Б. 708 В. 355 Г. 354

Решение:

Чтобы пронумеровать страницы с 1 по 9 потребуется 9 цифр, с 10 по 99 потребуется 180 цифр. На страницы с трехзначными номерами остается $2017-180-9=1828$ цифр, их хватит на 609 страниц, так как $1828:3=609,(3)$. Значит, всего страниц в энциклопедии $609+90+9=708$, и на их нумерацию потребовалось 2016 цифр. Каждый лист энциклопедии это две страницы, значит, в энциклопедии $708:2=354$ листа.

Ответ: Г. 354

Комментарий:

Эту задачу решили примерно треть (34%) участников. Из условия очевидно, что для нумерации страниц потребовалось 2016 цифр. Но далеко не все смогли посчитать, на какое количество страниц этих цифр хватит.

Задание №12 (1 балл)

Из двух населенных пунктов, расстояние между которыми 360 км, на встречу друг другу выехали два велосипедиста. Расстояние между населенными пунктами один из них может преодолеть за 12 часов, а второй за 16 часов. Через какое время расстояние между ними будет равно 150 км?

А. 5 часов Б. 4 часа В. 3 часа Г 2 часа

Решение:

Скорости велосипедистов равны $360:12=30$ км/ч и $360:16=22,5$ км/ч соответственно. Чтобы расстояние между ними стало 150 км, им надо вместе проехать $360-150=210$ км. Скорость их сближения $30+22,5=52,5$ км/ч. На 210 км они сблизятся за $210:52,5=4$ часа.

Ответ: Б. 4 часа

Комментарий:

В этой задаче 61% участников дали правильный ответ. Стандартная задача на равномерное прямолинейное движение. Подобные задачи есть практически в каждом математическом конкурсе. Их просто необходимо уметь решать. За частую, для решения подобных задач необходимо знать только одну единственную формулу $S=V\cdot T$, где S – расстояние, V – скорость, T – время.

Задание №13 (1 балл)

Чему может быть равно набольшее значение выражения $a+b+c$, если $a+3b\le 5$, $b+2c\le 4$ и $a,b,c\ge 0$?

А. 6 Б. 7 В. 8 Г. 9

Решение:

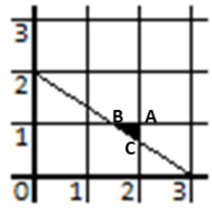
Умножим первое неравенство на 2 и прибавим к нему второе, получим $2a+7b+2c\le 14$, то есть $2\cdot(a+b+c)\le 14-5b$. Поскольку $b\ge 0$, то сумма $a+b+c$ будет наибольшей при $b=0$. Отсюда получаем, что $a+3\cdot 0\le 5$ и $0+2c\le 4$ или $c\le 2$. Значит, $a+b+c\le 7$.

Ответ: Б. 7

Комментарий: Эту задачу смогли решить примерно треть (34%) участников. В подобных задачах обычно надо попробовать выразить одни переменные через другие, в данном случае a + b + c через b, после чего можно будет сделать какие-то выводы.

Задание №14 (1 балл)

Прямая, проходящая через точки с координатами (0; 2) и (3; 0), отсекает треугольник от квадрата, две противоположные вершины которого расположены в точках (1;1) и (2;0). Чему равна площадь этого треугольника?



А. $\frac{1}{8}$ Б. $\frac{1}{12}$ В. $\frac{1}{15}$ Г. $\frac{1}{18}$

Решение:

Необходимо найти площадь закрашенного треугольника ABC. Найдем координаты его вершин. Вершина A имеет координаты (2; 1) по построению. Из симметрии видно, что вершина B имеет координаты ($\frac{3}{2}$; 1). Вершина C имеет координаты (2; $\frac{2}{3}$), это можно понять из подобия треугольников ABC и треугольника ниже, содержащего вершину C. Таким образом два катета треугольника ABC имеют длины $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$, значит площадь треугольника равна $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$.

Ответ: Б. $\frac{1}{12}$

Комментарий: Эту задачу смогли решить правильно 43% участников. Здесь очень важно было построить правильный рисунок. Способов нахождения площади данного треугольника довольно много, и многие из них не требуют никаких знаний геометрии кроме подобия.

Задание №15 (1 балл)

На сколько нулей оканчивается число 25! ($n!=1\cdot 2\cdot ...\cdot n$)?

А. 4 Б. 5 В. 6 Г. 7

Решение:

В разложении числа 25! На простые множители 5 встречается ровно 6 раз, так как 5, 10, 15 и 20 делятся на 5, 25 делится на 5^2, а остальные множители на 5 не делятся. Очевидно, что 2 в этом разложении встречается больше 6 раз, поскольку там 12 четных чисел. Значит, число 25! делится на $2^6\cdot 5^6=10^6$, но не делится на 10^7.

Ответ: В. 6

Комментарий: С последней задачей справились только 30% участников. Большинство неверных ответов были Б.5. Видимо, у многих была верная идея решения данной задачи, но они не учли, что 25 это 5^2 и посчитали, что в число 25! делитель 5 входит только 5 раз.

Разбор заданий № 11-15

10-11 класс

<u>Задание №11 (1 балл)</u>

У скольких двузначных чисел сумма цифр числа суммы цифр равна 3?

А. 7 Б. 8 В. 9 Г. 10

Решение:

Сумма цифр двузначного числа не превышает $9+9=18$, следовательно, условию удовлетворяют все двузначные числа, сумма цифр которых равна 3 или 12. Это числа 12, 21, 30, 39, 48, 57, 66, 75, 84 и 93. Итого 10 чисел.

Ответ: Г. 10

Комментарий:

Эта задача оказалась наиболее сложной. Правильный ответ здесь указали лишь 20% участников. Как видно решение у нее не трудное и довольно емкое. Можно было даже решить задачу перебором, но это может занять довольно много времени в данном случае.

<u>Задание №12 (1 балл)</u>

Чему может быть равно наименьшее значение выражения $a+b+c$, если $a+2b\geq 3$, $b+3c\geq 5$ и $a,b,c\geq 0$?

А. $\frac{8}{3}$ Б. $\frac{5}{3}$ В. 3 Г. 5

Решение:

Сложим оба неравенства, получим $a+3b+3c\geq 8$, то есть $3\cdot(a+b+c)\geq 8+2a$. Поскольку $a\geq 0$, то сумма $a+b+c$ будет наименьшей при $a=0$. Тогда $3\cdot(b+c)\geq 8$, а значит, $a+b+c\geq \frac{8}{3}$.

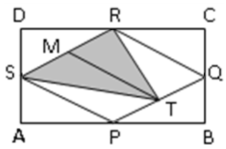
Ответ: А. $\frac{8}{3}$

Комментарий:

Эту задачу смогли решить почти треть (32%) участников. В подобных задачах обычно надо попробовать выразить одни переменные через другие, в данном случае a + b + c через a, после чего можно будет сделать какие-то выводы.

<u>Задание №13 (1 балл)</u>

В прямоугольнике ABCD площади 1 см^2 точки P, Q, R и S – середины сторон AB, BC, CD и DA соответственно. Точка T – середина отрезка PQ. Чему равна площадь треугольника STR?



А. $\frac{7}{16}$ см^2 Б. $\frac{1}{4}$ см^2 В. $\frac{5}{16}$ см^2 Г. $\frac{3}{8}$ см^2

Решение:

Площадь четырехугольника PQRS равна половине площади ABCD, а площадь треугольника STR равна половине площади PQRS. Значит, площадь треугольника STR равна 1/4 см^2.

Ответ: Б. $\frac{1}{4}$ см^2

Комментарий: С этой задачей справились 59% участников. Несложная задача по геометрии, не требующая особых знаний или навыков. Способов ее решения довольно много, но авторский метод наиболее простой. Достаточно было заметить несколько симметрий, чтобы понять какие площади на рисунке можно сопоставить.

<u>Задание №14 (1 балл)</u>

Коля умеет выполнять четыре арифметические операции с числом *x*:

1) $x + 1$;
2) $x - 1$;
3) x^2;
4) $\frac{1}{x}$.

Пусть y – наибольшее число, которое Коля может получить из x = 0,7 за три операции (возможно повторяющиеся). Какие операции для этого ему потребуются?

А. 1 и 3 Б. 1, 2 и 3 В. 2, 3 и 4 Г. 3 и 4

Решение:

Понятно, что, используя только прибавление и вычитание единицы, нельзя получить число большее, чем 3,7. Применяя операцию возведение в квадрат, чем больше по модулю было число, тем больше будет результат. При взятии обратной величины, чем меньше было число, тем больше будет результат, но число должно быть положительным. Из этих соображений можно сделать вывод, что для получения наибольшего числа за три операции, надо за две операции сделать наибольшее число (по модулю) и возвести его в квадрат, либо получить наименьшее положительное число за две операции и взять обратную ему величину. Далее, перебрав 4*4 = 16 вариантов, можно найти наибольшее по модулю число и наименьшее положительное число, которые можно получить за две операции.

	0,7	*Операция 1*	*Операция 2*	*Выполненные операции*
1	0,7	1,7	2,7	1, 1
2	0,7	1,7	0,7	1, 2
3	0,7	1,7	2,89	1, 3
4	0,7	1,7	0,58823529	1, 4
5	0,7	-0,3	0,7	2, 1
6	0,7	-0,3	-1,3	2, 2
7	0,7	-0,3	0,09	2, 3
8	0,7	-0,3	-3,33333333	2, 4
9	0,7	0,49	1,49	3, 1
10	0,7	0,49	-0,51	3, 2
11	0,7	0,49	0,2401	3, 3
12	0,7	0,49	2,04081633	3, 4
13	0,7	1,42857143	2,42857143	4, 1
14	0,7	1,42857143	0,42857143	4, 2
15	0,7	1,42857143	2,04081633	4, 3
16	0,7	1,42857143	0,7	4, 4

Из таблицы видно, что наибольшее по модулю число это 3,(3), полученное после операций 2 и 4, а наименьшее положительное это 0,09, после операций 2 и 3. В обоих случаях для получения наибольшего числа после третьей операции потребуется применение операций 2, 3 и 4.

Набольшее число получится, если применить следующие операции в указанном порядке 2, 3 и 4 или 2, 4 и 3. Это число 11,(1).

Ответ: В. 2, 3 и 4.

Комментарий:

Эту задачу решили почти половина участников. Если бы требовалось привести строгое решение, а не только выбрать ответ из предложенных вариантов, то задача была бы довольно сложной. Многие рассуждения здесь понятны на интуитивном уровне, но чтобы строго доказать их на практике потребуется выполнить большое количество вычислений и потратить много времени.

<u>Задание №15 (1 балл)</u>

Чему равно выражение $\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\ldots\times\left(1+\frac{1}{2017}\right)$?

А. 2018 Б. 2017 В. 1009 Г. 1008

Решение:

Каждый множитель произведения имеет вид $1+\frac{1}{n}=\frac{n+1}{n}$. Преобразовав каждый множитель в этом произведении подобным образом, получим выражение $\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\ldots\times\frac{2018}{2017}$. В каждом следующем множителе знаменатель равен числителю предыдущего множителя. После сокращения всех совпадающих числителей и знаменателей, останутся только знаменатель из первого множителя и числитель из последнего, то есть $\frac{2018}{2}=1009$.

Ответ: В. 1009

Комментарий:

С этой задаче справились 51% участников. Довольно стандартная задача на теорию чисел, подобные задачи часто встречаются на математических конкурсах. Решение у таких задач обычно не сложное, но требуется догадаться до какой-либо идеи. В данном случае это преобразование множителей в дроби.