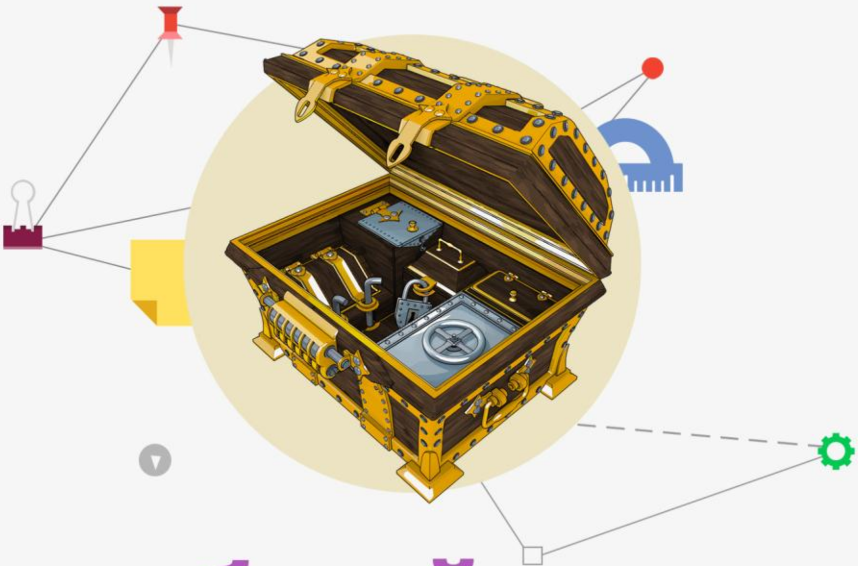


Волшебный сундучок

ВСЕРОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор творческих заданий

4 класс

Задание №1 (7 баллов)

У Димы в кошельке 20 монет достоинством 1 руб., 2 руб., 5 руб. и 10 руб. Из этих монет 17 — не рублёвые, 12 — не двухрублёвые, 5 — пятирублёвых. Какую сумму составляют указанные 20 монет?

Решение:

Так как общее количество монет равно 20, а 17 — не рублёвые, то рублёвых монет $20-17=3$. Аналогично, двухрублёвых монет $20-12=8$. Тогда количество 10-рублёвых монет равно $20-(3+8+5)=4$. Указанные 20 монет составляют сумму, равную $1\cdot 3+2\cdot 8+5\cdot 5+10\cdot 4=84$ руб.

Ответ: 84 руб.

Комментарий:

Правильное решение в этой задаче привели 78% участников. Некоторые привели только ответ, за что потеряли определенное количество баллов. В творческой части необходимо было приводить полное и развернутое решение. Вообще задача не сложная, и из каждого последующего утверждения в условии, легко считается количество мнет соответствующего номинала.

Задание №2 (7 баллов)

Разлили 19 литров машинного масла в 3-х и 5-и литровые канистры. Сколько потребовалось канистр, если канистры были заполнены полностью?

Решение:

Из условия следует, что пятилитровых канистр нужно не более 3-х, поскольку, например, в четыре 5-и литровые канистры помещается $5\cdot 4=20$ л. Но так как в трёх пятилитровых канистрах 15 литров масла, а оставшиеся $19-15=4$ л нельзя поместить ни в какую из указанных канистр, то пятилитровых канистр меньше 3-х. Если их две, то в них 10 л масла. Оставшиеся $19-10=9$ л можно разлить в $9:3=3$ трёхлитровые канистры. Всего понадобилось $2+3=5$ канистр.

Случаи одной и ни одной пятилитровых канистр невозможны. Действительно, если будет только одна пятилитровая канистра, то 19 – 5 = 14 л масла нельзя разлить в трёхлитровые канистры так, чтобы канистры были заполнены полностью.

Аналогично, если не будет ни одной пятилитровой канистры, то 19 л масла нельзя разлить в трёхлитровые канистры так, чтобы канистры были заполнены полностью.

Ответ: 5.

Комментарий:

Правильный ответ в этой задаче дали 90% участников, но большинство решений выглядели как «3+3+3+5+5=19, ответ 5 канистр». Ответ, конечно, правильный. Но в задаче требуется найти все возможные варианты ответа и доказать, что других нет. Решение подобного рода это не показывает, соответственно не является полным.

Задание №3 (7 баллов)

Имеется лист фанеры квадратной формы.

1) Как можно распилить его на 91 равных частей прямоугольной формы?
2) Сколько можно получить таких же частей из квадратного листа фанеры, сторона которого в 4 раза больше стороны имеющегося листа?

Решение:

1) Так как $91 = 7 \cdot 13$, то, сделав 6 прямолинейных распилов по одной стороне листа (получим 7 частей) и 12 распилов каждой части по смежной стороне (из каждой части выйдет 13 меньших частей), получим $7 \cdot 13 = 91$ равных частей прямоугольной формы.

2) Указанный лист фанеры можно распилить на $4 \cdot 4 = 16$ листов, равных исходному. Из каждого из них можно получить 91 часть. А всего $16 \cdot 91 = 1456$.

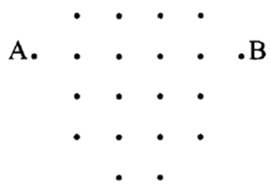
Ответ: 1) сделать 6 прямолинейных распилов по одной стороне листа и 12 распилов по смежной стороне; 2) 1456.

Комментарий:

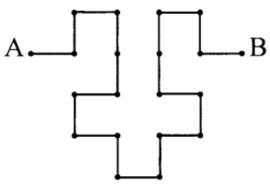
Эту задачу смогли решить 77% участников. С первым пунктом справились почти все. Большинство разрезали просто на полоски 1х91, что тоже правильно. А вот во втором пункте, многие ошиблись, подумав, что таких частей будет в 4 раза больше. При увеличении стороны квадрата в 4 раза, его площадь увеличивается в 16 раз, а не в 4.

Задание №4 (7 баллов)

Соедините точки A и B (см. рис.) линией, состоящей из прямолинейных отрезков, длиной 19 см так, чтобы она прошла через все точки, изображённые на рисунке (расстояние между двумя соседними точками, расположенными горизонтально или вертикально, равно 1 см).



Ответ: см. рисунок.



Комментарий:

В этой задаче требовалось только построить пример. С этим справились 74% участников. Ошибкой некоторых было то, что в их примере были диагональные отрезки, но их длина не равна 1, поэтому такие примеры не являются верными.

Разбор творческих заданий

5 класс

Задание № 1 (7 баллов)

На праздновании дня рождения у Пети гости съели 22 пирожных. Известно, что гостей было 15, каждый из них съел хотя бы одно пирожное и были гости, съевшие 3 пирожных, но никто не съел более трёх. Сколько гостей могли съесть ровно по 2 пирожных?

Решение:

Так как гостей было 15 и каждый из них съел хотя бы одно пирожное, то $22-15=7$ пирожных съели те, кто съел более одного пирожного, но не более 3-х. Если обозначить через k количество гостей, съевших по 3 пирожных, $k \geq 1$, то они из 7 пирожных съели $2k$ пирожных, а количество гостей, съевших ровно 2 пирожных, равно $7–2k$. Это число нечётно при любом k. Оно может принимать значения 1, 3, 5 при $k=3$, $k=2$, $k=1$.

Ответ: 1 или 3 или 5

Комментарий:

С этой задачей справились 66% участников. Основная ошибка была в том, что подобрав один вариант ответа, участники олимпиады не учли, что он не единственный возможный.

Задание № 2 (7 баллов)

У Пети в кармане несколько монет достоинством 1 и 2 зеда (зед — условная денежная единица). Если Петя наугад вытащит из кармана 3 монеты, то среди них обязательно найдётся монета в 1 зед. Если же Петя наугад вытащит из кармана 4 монеты, то среди них обязательно найдётся монета в 2 зеда. Какая наибольшая сумма денег, выраженная в монетах, могла быть у Пети в кармане?

Решение:

Из условия следует, что больше двух монет в 2 зеда быть не может, а монет в 1 зед не может быть больше трех. Значит, наибольшая сумма составляет 3*1+2*2=7 зедов.

Ответ: 7 зедов

Комментарий:

Чуть больше половины участников (53%) смогли решить эту задачу. Многие в этой задаче допустили ошибку по невнимательности, они верно нашли количество монет и на этом остановились. В задаче же спрашивалось, какая может быть наибольшая сумма денег, а не количество монет.

Задание № 3 (7 баллов)

Конфеты массой 5 кг разложили в коробки по 700 г и 300 г. Сколько понадобилось коробок?

Решение:

Из условия следует, что коробок вместимостью 700 г не более 7. Для поиска решения составим таблицу, в которой для различных количеств коробок вместимостью 700 г укажем массу конфет в них и массу конфет, не поместившихся в указанное количество этих коробок.

Количество коробок по 700 г	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Масса конфет, поместившихся в эти коробки, г	0	700	1400	2100	2800	3500	4200	4900
Масса конфет, не поместившихся в эти коробки, г	5000	4300	3600	2900	2200	1500	800	100

Из этой таблицы видно, что конфеты, не поместившиеся в коробки вместимостью 700 г, можно поместить в коробки вместимостью 300 г только в двух случаях: когда их масса равна 3600 г или 1500 г. Для этого требуется соответственно $3600:300=12$ или $1500:300=5$ коробок вместимостью 300 г. Следовательно, всего понадобилось $12+2=14$ или $5+5=10$ коробок.

Ответ: 10 или 14

Комментарий:

В этой задаче 90% участников нашли правильный ответ. Но ошибка многих была в том, что они нашли только один из возможных ответов, попросту подобрав его. В подобных задачах требуется найти все возможные ответы и доказать, что других нет.

Задание № 4 (7 баллов)

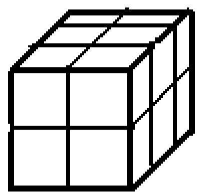
Имеется деревянный куб, длина ребра которого равна 50 см.

1) Как можно распилить его на 12 равных частей, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда?
2) На сколько таких частей можно распилить деревянный куб, длина ребра которого равна 2 м?

Можно ли данный куб распилить на 13 равных частей, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда?

Решение:

1) На рисунке изображены линии распила куба на три равных слоя по 4 равные части, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда.



2) Куб, длина ребра которого 2 м, можно разрезать на 200:50 = 4 слоя толщиной 50 см, а каждый слой на 16 равных кубиков. Всего получилось $16\cdot4=64$ кубика, длины рёбер которых равны 50 см. Следовательно, искомое количество частей равно $64\cdot12=768$.

3) Можно, сделав 12 распилов одного ребра.

Ответ: 1) См. рис.; 2) 768; 3) можно

Комментарий:

Почти половина участников (48%) смогли решить последнюю задачу. Очень большое количество участников допустили ошибку во втором пункте задачи, посчитав, что куб с ребром 2 метра будет в 4 раза больше, чем куб с ребром 50 см.

Разбор творческих заданий

6 класс

Задание № 1 (7 баллов)

В гуманитарной гимназии изучающих английский язык в 2 раза больше, чем изучающих французский, но на 5 меньше, чем изучающих немецкий. Количество изучающих итальянский язык в 2 раза больше изучающих испанский, но на 1 меньше изучающих немецкий. Кого в гимназии больше и на сколько — изучающих испанский язык или французский?

Решение:

Обозначим количества изучающих английский, немецкий или французский языки первыми буквами названий языков, изучающих испанский или итальянский — первыми двумя буквами. Из условия следуют соотношения:

А = 2Ф, Н = А + 5, Ит = 2 Ис, Ит = Н – 1.

Следовательно, Ит = А + 5 – 1 = 2Ф + 4 = 2Ис или Ис = Ф + 2, то есть изучающих испанский язык на 2 больше, чем изучающих французский.

Ответ: Изучающих испанский, на 2.

Комментарий:

Эту задачу смогли решить 70% участников. Довольно многие написали только ответ, не приводя никаких пояснений к нему. В творческой части олимпиады требовалось привести полное и развернутое решение. В большинстве задач ответ оценивается довольно слабо по сравнению с полным решением, поэтому всегда приводите решение там, где это требуют условия олимпиады.

Задание № 2 (7 баллов)

Евгений и Павел по очереди подбрасывали два игральных кубика. Если сумма выпавших очков оказывалась равной 7, то очко получал Евгений, а если сумма равнялась 8, то выигрывал Павел. У кого из них больше шансов первым набрать 20 очков?

Решение:

Семь очков в сумме выпадает при следующих исходах подбрасываний: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5,2), (6, 1), всего при 6 исходах.

Восемь очков выпадает при таких исходах подбрасываний: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6,2), всего при 5 исходах. Следовательно, чаще будет выигрывать Евгений. Поэтому у него больше шансов первым набрать 20 очков.

Ответ: У Евгения

Комментарий:

Эту задачу решили правильно 56% участников. Самой распространенной ошибкой остальных было то, что они посчитали исходы следующим образом: 7 это 1+6 или 2+5 или 3+4, а 8 это 2+6 или 3+5 или 4+4. И там и там по 3 варианта. Но они не учли, что выпадение разных чисел это два исхода, так как кубиков два (например 1+6 это 1 и 6 или 6 и 1), а выпадение 4+4 это только один исход, поэтому 7 выпадает чаще чем 8.

<u>Задание № 3 (7 баллов)</u>

Сколько в кабинете двухместных парт, если известно, что:

1) как бы учащиеся 5 – А класса, в котором 30 человек, не сели, не более чем на 10 партах окажется количество учащихся, отличное от двух;
2) как бы учащиеся математического кружка, в котором 13 человек, не сели, не менее чем 6 парт окажутся свободными;
3) учащиеся 5 –Б класса, в котором 26 человек, могут сесть так, что заняты будут все парты, а по двое будут сидеть на четном количестве парт?

Решение:

1) Если парт больше 20, например, 21, то посадив 18 учащихся 5-А класса по двое за парту (будет занято 9 парт), остальных 30 – 12 = 12 человек можно посадить по одному за парту, то есть более чем на 10 партах окажется не двое учащихся. Следовательно, парт не более 20.

2) Если парт меньше 19, то посадив кружковцев по одному, получим свободных парт меньше 19 – 13 = 6, что противоречит условию. Следовательно, парт не менее 19.

Таким образом, парт 20 или 19.

3) Если парт 20, то посадив за каждую парту по одному ученику 5-Б класса, можно остальных 6 человек подсадить по одному на 6-и партах, то есть на четном количестве уже занятых парт. Если парт 19, то это сделать невозможно.

Следовательно, в классе 20 парт.

Ответ: 20

Комментарий:

Половина участников (50%) справились с этой задачей. Многие почему-то посчитали, что в классе есть как двухместные парты, так и одноместные, в результате чего решения и ответы не соответствовали условию задачи. Если вам не понятно условие задачи, обязательно задайте уточняющий вопрос, чтобы избежать подобных ошибок.

<u>Задание № 4 (7 баллов)</u>

Какова ближайшая дата (день, месяц, год) в прошлом, содержащая 8 различных цифр в её записи (например, 27.05. 1486)?

Решение:

Запись года в дате в 21 веке содержит цифры 0 и 2. а без этих цифр запись месяца разными цифрами невозможна. Ближайший год в 20 веке, записанный различными цифрами, — 1987. Следовательно, номер месяца не может быть больше шестого, а число, указывающее на день, — больше 25-го. Искомая дата — 25. 06. 1987.

Ответ: 25. 06. 1987

Комментарий:

Последняя задача была довольно простой, правильный ответ здесь нашли 87% участников. Но почему-то большинство из них не стали доказывать, что эта дата ближайшая, хотя условие задачи этого требовало. В результате они получили только 4 балла из возможных 7.

Разбор творческих заданий

7 класс

<u>Задание № 1 (7 баллов)</u>

В супермаркете проводится акция: за покупку товаров на сумму, не меньшую 3000 руб., покупатель платит на 15% меньше. На какую наибольшую сумму может приобрести товара покупатель, если у него 2754 руб.?

Решение:

По условию, если покупатель наберёт товара на сумму $a \geq 3000$ руб., то он должен заплатить на 15% меньше стоимости этого товара, то есть $0{,}85a$ руб. Искомое значение a должно удовлетворять неравенству $0{,}85a \leq 2754$, отсюда $a \leq 3240$. Следовательно, за имеющиеся у него деньги покупатель может приобрести товара самое большее на 3240 руб.

Ответ: На 3240 руб.

Комментарий:

Почти три четверти участников решили эту задачу. Многие просто не поняли условие или не поняли, как получить скидку, имея только 2754 рубля. Стоило поразмышлять над этим условием подольше, или же задать уточняющие вопросы.

<u>Задание № 2 (7 баллов)</u>

Каждый учащийся класса изучает один иностранный язык (английский или французский) или оба эти языка. Каждый пятый, изучающий английский язык, изучает и французский. Каждый седьмой, изучающий французский язык, изучает и английский. Сколько в классе учащихся, если в классе 20 двухместных парт и занято более 30 мест?

Решение:

Пусть k — количество учащихся, изучающих оба эти языка. Тогда английский язык изучает 5k учащихся, а французский — $7k$ учащихся. Всего в классе $5k+7k-k=11k$ учащихся, то есть количество учащихся кратно 11. Из условия следует, что в классе 33 учащихся.

Ответ: 33

Комментарий:

Половина участников (50%) правильно решили эту задачу. Поняв из условия, что учеников от 31 до 40, ответ можно найти и простым перебором.

<u>Задание № 3 (7 баллов)</u>

Из квадрата, состоящего из 25 квадратных клеток, вырезали одну клетку. Полученную фигуру разрезали на восемь равных прямоугольников, состоящих из клеток. Какую клетку вырезали?

Решение:

Будем вырезанную клетку закрашивать. Если вырезать центральную клетку, то полученную фигуру можно разрезать на 8 равных прямоугольников (см. рис. 1). В остальных случаях этого сделать нельзя. Для доказательства достаточно рассмотреть случаи, представленные на рис. 2 – 9. На них вырезалась клетка и изображались прямоугольники, которые однозначно, с точностью до симметрии определялись вырезанной клеткой до тех пор, пока не становилось видно, что невозможно продолжить построение, соответствующее условию.

Все остальные случаи вырезания клетки с помощью поворота и осевой симметрии сводятся к рассмотренным, которые изображены на рис. 10.

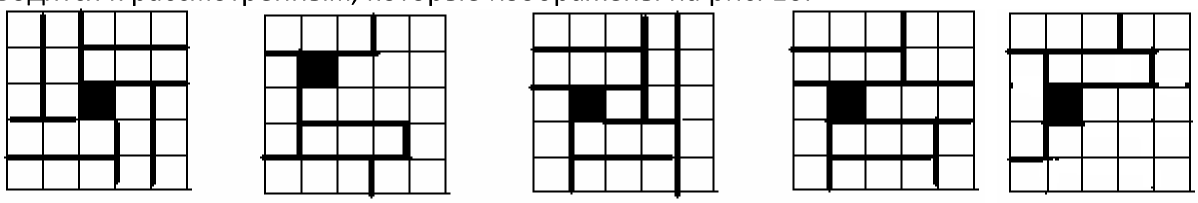


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3 Рис. 4 Рис 5

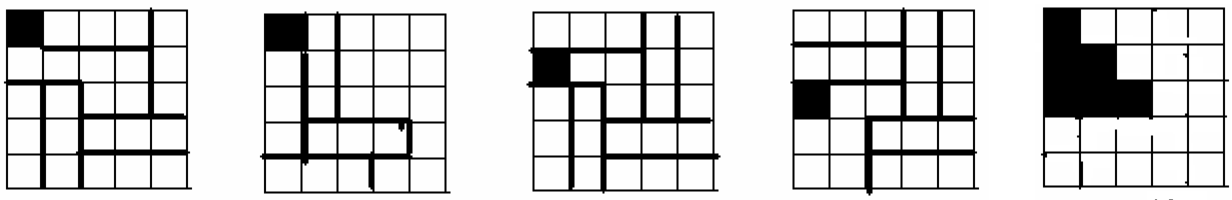


Рис.6 Рис 7 Рис 8 Рис. 9 Рис.10

Ответ: Центральную клетку

Комментарий:

В этой задаче многие (81%) нашли правильный ответ, но мало кто смог доказать, что других ответов нет. Перебирать столько случаев для доказательства единственности ответа не обязательно. Если применить трехцветную диагональную раскраску

1	2	3	1	2
2	3	1	2	3
3	1	2	3	1
1	2	3	1	2
2	3	1	2	3

То становится ясно, что вырезать надо клетку с цифрой 2, так как их 9, а остальных по 8, и каждый прямоугольник 3х3 содержит по одной клетки каждого вида. Учитывая поворот и симметрию, остается рассмотреть только четыре закрашенных случая.

Задание № 4 (7 баллов)

Поезд состоит из локомотива и 5 вагонов: I, II, III, IV, V. Сколькими способами можно расставить эти вагоны при условии, что вагон I должен быть ближе к локомотиву, чем II, а порядок остальных не важен?

Решение:

При любом способе расстановки вагонов I и II для вагонов III, IV, V есть три места. Три вагона на трёх местах можно расставить 6-ю способами.

Подсчитаем количество способов расстановки вагонов I, II. Если вагон I занимает первое место у локомотива, для вагона II будет 4 возможности; если второе, то — 3, если 3-е, то — 2, и, наконец, если 4-е, то — одно. Всего 4 + 3 + 2 + 1 = 10 способов.

Для каждого из этих 10 способов имеется 6 способов расстановки вагонов III, IV, V. Следовательно, вагоны поезда можно расставить $10 \cdot 6 = 60$ способами.

Ответ: 60-ю

Комментарий:

Последнюю задачу решили правильно 66% участников. Задача на комбинаторику. Здесь есть и более простое решение. Если разбить все возможные расстановки вагонов на пары, так что в каждой паре вагоны одной расстановки имеют обратный порядок относительно второй расстановки (12345 – 54321), то в каждой такой паре ровно одна расстановка будет удовлетворять условие. Поскольку всего расстановок $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$, то пар будет 60, а значит и ответ 60.

Разбор творческих заданий

8 класс

<u>Задание № 1 (7 баллов)</u>

В некотором банке капитал ежегодно увеличивался на треть суммы, которая была в банке в начале года, уменьшенной на 1 млн. зедов (зед — условная денежная единица). Через три года капитал банка удвоился. Сколько денег было в банке сначала?

Решение:

Пусть в банке было a млн. зедов. Тогда через год в банке стало $a+\frac{1}{3}(a-1)=\frac{4}{3}a-\frac{1}{3}$ (млн. зедов). Соответственно через 2 года — $\frac{4}{3}a-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}a-\frac{1}{3}-1\right)=\frac{4}{3}a+\frac{4}{9}a-\frac{1}{3}-\frac{4}{9}=\frac{16}{9}a-\frac{7}{9}$ (млн. зедов), через три года — $\frac{16}{9}a-\frac{7}{9}+\frac{1}{3}\left(\frac{16}{9}a-\frac{7}{9}-1\right)=\frac{16}{9}a+\frac{16}{27}a-\frac{7}{9}-\frac{16}{27}=\frac{64}{27}a-\frac{37}{27}$ (млн. зедов). По условию $\frac{64}{27}a-\frac{37}{27}=2a$ или $\frac{10}{27}a=\frac{37}{27}$ Следовательно, сначала было 3,7 (млн. зедов).

Ответ: 3,7 (млн. зедов)

Комментарий:

В этой задаче только 21% участников привели верное решение и нашли правильный ответ. Ошибка большинства была в том, что они неверно поняли условие, посчитав, что за год сумма из a станет $a\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)-1$. Отсюда и неверный ответ. Если вы считаете, что условие можно трактовать по-разному, то необходимо задать уточняющие вопросы, чтобы избежать подобных ошибок.

Задание № 2 (7 баллов)

В заключительном туре математической олимпиады приняло участие 16 восьмиклассников. Никакие двое из них не набрали одинакового количества баллов.

1) Мог ли учащийся, занявший первое место, набрать 25 баллов, если вместе все участники набрали 281 балл?
2) Мог ли учащийся, занявший первое место, набрать 25 баллов, если вместе все участники набрали 219 баллов, но каждый набрал более 5 баллов?
3) Сколько было призёров, если известно, что каждый из них набрал не менее 24 баллов, но не более 30, а вместе они набрали 138 баллов?

Решение:

1) Если учащийся, занявший первое место, набрал 25 баллов, то вместе все участники могли набрать не больше $25+24+23+\ldots+10=(25+10)+(24+11)+(23+12)+\ldots+(18+17)=$ $=35\cdot 8=280$, что меньше 281 балла. Следовательно, не мог.

2) Так как 15 участников набрали вместе не менее, чем $6+7+\ldots+19+20=$ $=(6+20)+(7+19)+\ldots+(12+14)+13=26\cdot 7+13=195$ баллов, то вместе с победителем все участники набрали бы не менее $195+25=220$ баллов, что превышает 219 баллов. Следовательно, не мог.

3) Призёров не могло быть более 5, так как тогда бы они набрали не менее $24\cdot 6=144$ баллов. Их не могло быть и менее 5-и, так как тогда бы они набрали не более $30\cdot 4=120$ баллов. Пять призёров могло быть, сумма набранных ими баллов могла равняться $30+29+28+26+25=138$.

Ответ: 1) Не мог; 2) не мог; 3) 5

Комментарий:

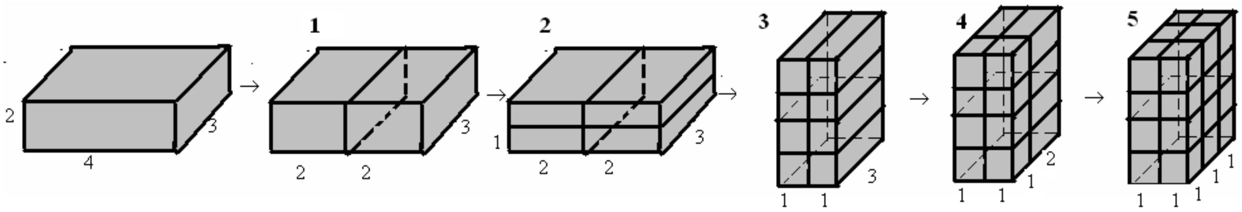
Эта задача оказалась довольно простой и с ней справились 90% участников. Хотелось бы отметить, что многие из них привели только ответы, хотя в этой части олимпиады требовалось привести подробные решения. Будьте с этим внимательнее.

<u>Задание № 3 (7 баллов)</u>

За какое наименьшее количество плоских разрезов прямоугольный параллелепипед размерами 2 см $\times$ 3 см $\times$ 4 см можно разрезать на кубики размерами 1 см $\times$ 1 см $\times$ 1 см, если после очередного разреза полученные части можно перекладывать?

Решение:

На приведенных рисунках показано, как это можно сделать за 5 плоских разрезов.



1-й разрез. Разрезали прямоугольный параллелепипед пополам «вертикальным» разрезом.

2-й разрез. Разрезали каждую полученную «половинку» пополам «горизонтальным» разрезом.

3-й разрез. Сложили 4 равных параллелепипеда в «столбик» и разрезали «вертикальным; разрезом каждый из них пополам.

4-й разрез. «Вертикальным» разрезом разделили «столбик» на 2 части, размеры которых указаны на рисунке.

5-й разрез. «Вертикальным» разрезом разделили большую часть пополам.

Получили 24 кубика, каждый размерами 1 см × 1 см × 1 см.

За четыре разреза этого сделать нельзя. Деление ребра длиной 2 см требует 1 разреза, ребра длиной 3 см — 2 разреза Одним разрезом ребро длиной 4 см разрезать невозможно.

Ответ: За 5

Комментарий:

В этой задаче было довольно много правильных ответов. Но большинство из них не сопровождались никакими пояснениями, а уж доказательств минимальности этого ответа было вообще мало. Когда в задаче требуется найти минимальный возможный ответ, решение должно состоять из трех частей. Ответ, доказательство того, что ответ удовлетворяет условию (чаще всего это пример) и доказательство того, что данный ответ является минимальным возможным. Если выполнены не все пункты, то такое решение не является полным.

<u>Задание № 4 (7 баллов)</u>

В праздничной компании 10 женщин и их мужья. Какое наименьшее количество присутствующих нужно случайно выбрать для участия в конкурсе, чтобы среди них обязательно была супружеская пара?

Решение:

Очевидно, что 10 не может быть искомым числом, так как случайно могли выбрать всех женщин или всех мужчин. Докажем, что 11 им является. Для этого нужно показать, что при любом выборе 11 человек из присутствующих среди них будет супружеская пара.

Если выбрано 11 человек, то среди них больше или мужчин, или женщин. Пусть среди выбранных 6 женщин и 5 мужчин. Так как только не более четырех мужчин могут не обеспечить наличие супружеской пары среди выбранных, то среди 5 мужчин обязательно есть муж какой-то из выбранных 6 женщин. Если среди выбранных 7 женщин, то мужчин 4, а не обеспечивают наличие супружеской пары не более трех мужчин. Аналогично рассматриваются другие случаи.

Ответ: 11

Комментарий:

С последней задачей справились 74% участников. Различных способов решения здесь довольно много. Вот наиболее простой из них. Если разбить всех присутствующих на пары муж и жена, то очевидно, что можно выбрать по одному человеку из пары, тогда супругов среди выбранных 10 людей не будет. Но поскольку пар только 10, то среди 11 людей обязательно двое будут из одной пары.

Разбор творческих заданий

9 класс

<u>**Задание № 1 (7 баллов)**</u>

Расстояние между городами А и В равно 30 км. Из города А выехал автобус, который делает 6 остановок до прибытия в город В продолжительностью примерно 2 минуты каждая. Пункты отправления, остановок и прибытия расположены друг от друга примерно на одном и том же расстоянии. Между остановками автобус движется со средней скоростью 60 км/ч. Одновременно с отправлением автобуса из города А навстречу ему из города В выехал велосипедист, который ехал со скоростью 22 км/ч. Сколько остановок сделал автобус до встречи с велосипедистом?

Решение:

Так как скорость движения автобуса почти в три раза больше скорости велосипедиста, то встреча произошла, когда автобус проехал более половины пути.

Расстояние между соседними остановками равно $\frac{30}{7} \approx 4,3$ км.

Следовательно, 4-я остановка расположена от города А на расстоянии, равном примерно 17 км. И отъехал автобус от неё примерно через $17+8=25$ минут. За 25 минут велосипедист отъехал от города В на расстояние, равное $\frac{22}{60} \cdot 25 \approx 9$ км. Следовательно, велосипедист встретит автобус после 4-й его остановки.

Ответ: Четыре

Комментарий:

В этой задаче 68% участников привели верное решение и ответ. Подобные задачи на равномерное прямолинейное движение встречаются сплошь и рядом на математических конкурсах. Их просто необходимо уметь решать. Тем более, для решения такой задачи обычно требуется только наглядный рисунок и знание одной формулы $S = V \cdot T$.

<u>Задание № 2 (7 баллов)</u>

Призёры математической олимпиады, занявшие 1-е, 2-е и 3-е места набрали соответственно 30, 28 и 26 баллов. Сколько было призёров и сколько из них заняли 1-е,2-е и 3-е места, если вместе они набрали 138 баллов?

Решение:

Из условия следует, что призёров было 5, так как $26\times6=156>138,\ 30\times4=120<138$.

Обозначим количество призёров, набравших 30 баллов, через *x*, 28 баллов — через *y*, 26 баллов — через *z*. Имеем уравнение $30x+28y+26z=138$ или $15x+14y+13z=69$.

Если уравнение имеет решение в натуральных числах, то $z\le3$, так как $26\cdot4=104$ и не могло быть ни 28, ни 30 баллов. При $z=3$ уравнение принимает вид: $15x+14y=30$. Это уравнение во множестве натуральных чисел решений не имеет, поэтому $z\ne3$.

Если $z=2$, то уравнение принимает вид: $15x+14y=43$. Во множестве натуральных чисел его решением является пара чисел: $x=1,\ y=2$.

Если $z=1$, то уравнение принимает вид: $15x+14y=56$. Это уравнение во множестве натуральных чисел решений не имеет, так как из него следует, что *x* — четное и меньше 4, но при $x=2$ значение *y* дробное, поэтому $z\ne1$.

Следовательно, призёров было 5. 1-е, 2-е и 3-е места заняли соответственно 1, 2 и 2 человека.

Ответ: 5; 1, 2, 2

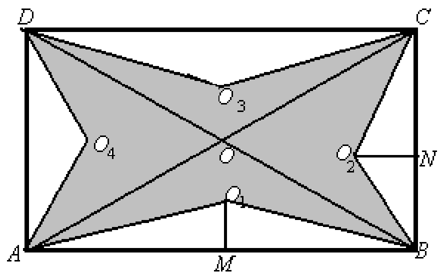
Комментарий:

Вторую задачу творческой части решили 71% участников. Задача не сложная и решается она перебором. Важно только правильно и подробно все написать, чтобы решение было полным.

<u>Задание № 3 (7 баллов)</u>

На клумбе прямоугольной формы размерами 18 м $\times$ 24 м посажены парковая трава и цветы. Цветы занимают участок, состоящий из точек, расположенных ближе к диагоналям клумбы, чем к её границе. Какова площадь участка, засаженного цветами?

Решение:



Изобразим клумбу прямоугольником *ABCD*. Лучи AO_1, BO_1, BO_2, CO_2, CO_3, DO_3, DO_4, AO_4 — биссектрисы соответствующих углов. Тогда закрашенная фигура состоит из точек, расположенных не дальше от диагоналей, чем от соответствующих сторон так как биссектриса угла является геометрическим местом точек, равноудалённых от сторон угла.

Из условия следует, что $AM=ON=12$, $BN=OM=9$, $BO=AO=\sqrt{BN^2+ON^2}=\sqrt{9^2+12^2}=15$ м. Из свойств биссектрисы угла (биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам) следуют равенства $\dfrac{O_1M}{O_1O}=\dfrac{AM}{AO}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5},\dfrac{O_2N}{O_2O}=\dfrac{BN}{BO}=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$. Так как $OM=9$, $ON=12$, то $O_1M=4,\ O_2N=4{,}5$. Найдём искомую площадь:

$$S_{ABCD}-2S_{AO_1B}-2S_{BO_2C}=18\cdot24-2\cdot\frac{1}{2}\cdot24\cdot4-2\cdot\frac{1}{2}\cdot18\cdot4{,}5=255 \text{ м}^2.$$

Ответ: 255 м²

Комментарий:

С этой задачей справились только четверть участников. Большинство неверно нашли геометрическое место точек, удовлетворяющих условию.

Задание № 4 (7 баллов)

В коробке несколько белых и несколько чёрных шариков. Известно, что наименьшее количество шариков, которые нужно вынуть из коробки наугад так, чтобы среди них обязательно были два одноцветных шарика, совпадает с наименьшим количеством шариков, которые нужно вынуть из коробки наугад так, чтобы среди них обязательно были два разноцветных шарика. Сколько шариков в коробке?

Решение:

Чтобы среди вынутых наугад шариков было два одноцветных шарика, достаточно вынуть три шарика.

Если в коробке m белых шариков и n чёрных, то наименьшее количество шариков, которые нужно вынуть из коробки наугад так, чтобы среди них обязательно были два разноцветных шарика, равно большему из чисел $m+1$ и $n+1$.

Если $m+1 \leq n+1$, то по условию $n+1=3$. Тогда $n=2$, а $m+1 \leq 3$ или $m \leq 2$.

Если $n+1 \geq m+1$, то по условию $m+1=3$. Тогда $m=2$, а $n+1 \leq 3$ или $n \leq 2$.

Следовательно, в коробке 3 или 4 шарика.

Ответ: 3 или 4

Комментарий:

Последнюю задачу олимпиады решили правильно 57% участников. Очевидно, что наименьшее количество шариков, которые нужно вынуть из коробки наугад так, чтобы среди них обязательно были два одноцветных шарика - это 3. Учитывая, что в коробке лежат шарики только двух цветов. Остается только понять, что из этого следует, что шаров одного цвета не может быть больше двух. Основная ошибка учеников была в том, что они привели только один из возможных ответов.