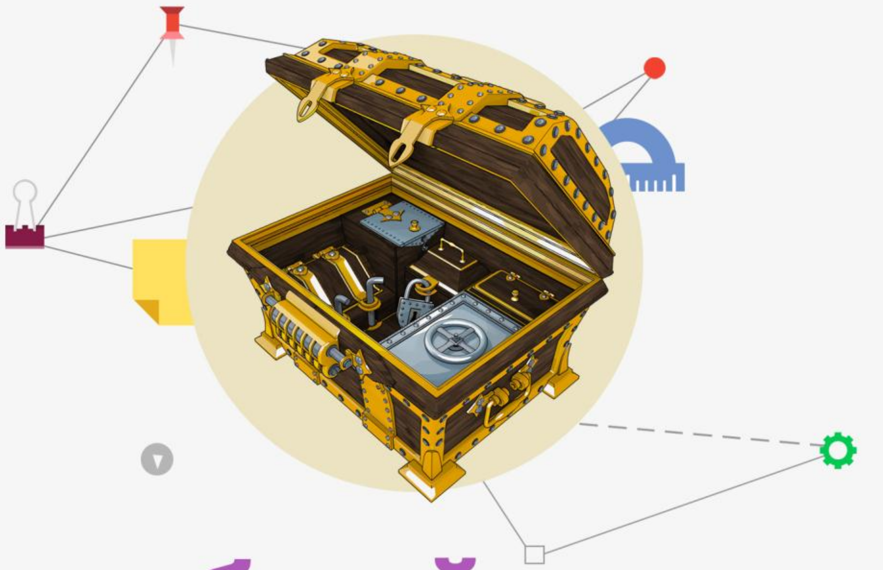


Волшебный сундучок

ВСЕРОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор тестовых заданий 6-10

4 класс

Задание №6 (3 балла)

В доме, в котором живёт Платон, один подъезд. На каждом этаже по 8 квартир. Платон живёт в квартире номер 92. На каком этаже живёт Платон?

А. На 10-м Б. На 11-м В. На 12-м Г. На 13-м

Решение:

Так как число 92 при делении на 8 даёт в неполном частном число 11 и в остатке 4, то квартира Платона расположена на 12 этаже.

Ответ: В. На 12-м

Комментарий:

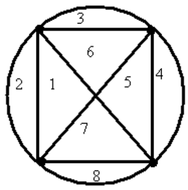
Эта задача была одной из наиболее простых. Ее решили правильно 88% участников. Действительно, поделить 92 на 8 с остатком не так уж и трудно. А можно было даже посчитать на каких этажах, квартиры с какими номерами находятся.

Задание №7 (3 балла)

Сверху на кромке круглого торта расположены четыре маленькие кремовые звёздочки. Торт разрезали на кусочки, проводя прямолинейные разрезы через каждую пару звёздочек. Сколько всего получилось кусочков?

А. 4 Б. 5 В. 8 Г. 10

Решение:



На рисунке круг является изображением верха торта, точки на окружности изображают звёздочки, а отрезки, соединяющие их — прямолинейные разрезы, проходящие через пары звёздочек. Получилось 8 частей круга, соответственно 8 кусочков торта.

Ответ: В. 8

Комментарий:

Эту задаче смогли решить чуть меньше половины (47%) участников. Задача не сложная, главное было правильно понять условие и нарисовать правильный рисунок к нему.

<u>Задание №8 (3 балла)</u>

Из 18 одинаковых кубиков сложили прямоугольный параллелепипед высотой в три кубика. Найдите площадь поверхности параллелепипеда, если площадь поверхности одного кубика равна 19 см^2.

А. 133 см2 Б. 171 см2 В. 114 см2 или 152 см2 Г. 133 см2 или 171 см2

Решение:

Возможны 2 варианта параллелепипеда, построенного из 18 кубиков высотой 3 кубика: размерами $3\times3\times2$ и $3\times6\times1$. Так как площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон, то площадь поверхности этих параллелепипедов будет равна $3\cdot2\cdot2+3\cdot2\cdot2+3\cdot3\cdot2=42$ площадям 1 грани кубика или $6\cdot1\cdot2+6\cdot3\cdot2+3\cdot1\cdot2=54$ площадям 1 грани кубика. Поскольку в кубике 6 равных граней, то площадь поверхности указанных параллелепипедов будет равняться 42:6 = 7 или 54:6 = 9 площадям поверхности кубика. Поскольку площадь поверхности одного кубика равна 19 см^2, то площадь поверхности указанных параллелепипедов будет равняться $19\cdot7=133$ см^2 или $19\cdot9=171$ см^2.

Ответ: Г. 133 см^2 или 171 см^2

Комментарий:

Эта задача оказалась довольно сложной, ее правильно решили только 36% участников. Основная ошибка остальных была в том, что найдя один ответ в этой задаче, они не подумали, что могут быть и другие. В задаче требовалось найти все возможные ответы.

Задание №9 (3 балла)

В кондитерской кофейне есть пирожные нескольких видов. Боря и Оля решили купить себе по одному пирожному, выбирая их вид наугад. Оказалось, что у них есть 9 возможностей для покупки. Сколько видов пирожных есть в кофейне?

А. 2 Б. 3 В. 5 Г. Ответ отличен от приведенных

Решение:

Предположим, что в кофейне два вида пирожных. Обозначим их числами 1 и 2. Тогда все варианты покупки будут иметь вид:

11	12
21	22

Здесь, например, 12 означает, что Боре досталось пирожное первого вида, а Оле — второго. Всего имеем 4 возможности, то есть ровно двух видов пирожных в кофейне не может быть.

Если в кофейне три вида пирожных, то все варианты покупки будут иметь вид:

11	12	13
21	22	23
31	32	33

Имеем 9 возможностей для покупки, что согласуется с условием задания.

Если в кофейне четыре вида пирожных, то все варианты покупки будут иметь вид:

11	12	13	14
21	22	23	24
31	32	33	34
41	42	43	44

Имеем 16 возможностей для покупки, что не соответствует условию задания. То есть с возрастанием количества видов пирожных, количество вариантов покупки только растет. Таким образом, в кофейне три вида пирожных.

Ответ: Б. 3

Комментарий:

Почти половина участников (47%) справились с этой задачей. Решается она перебором, важно только не упустить возможные варианты покупки при их переборе.

Задание №10 (3 балла)

Показания времени на электронных часах состоят из 4-х цифр, например, 14:36 — 14 часов 36 минут. Через сколько времени с момента исчезновения с экрана этого показания впервые появится на экране показание времени, состоящее из 4-х разных цифр, отличных от 1, 4, 3, 6?

А. Через 6 ч 20 мин Б. Через 5 ч 20 мин В. Через 6 ч 40 мин Г. Через 7 ч 20 мин

Решение:

Прежде всего нужно, чтобы изменилось показание количества часов в соответствии с требованиями условия. Впервые это произойдёт, когда появится запись 20 в показаниях количества часов. Так как цифры 1,3,4,6 нельзя использовать, то показание 20:57 будет первым, удовлетворяющим условию. Следовательно, искомое время $20\text{ ч }57\text{ мин} - 14\text{ ч }37\text{ мин} = 6\text{ ч }20\text{ мин}$.

Ответ: А. Через 6 ч 20 мин

Комментарий:

В этой задаче 57% участников выбрали верный вариант ответа. Наиболее распространенная ошибка участников заключалась в том, что они начинали отчет времени с 14:36, но в задаче ясно сказано «с момента исчезновения с экрана этого показания» то есть, считать надо было с 14:37. Внимательно читайте условия, чтобы избежать подобных ошибок.

Разбор тестовых заданий 6-10

5 класс

<u>Задание № 6 (3 балла)</u>

В букете 11 цветков, 7 из них красные, 6 — роз. Какое количество белых гвоздик в букете?

А. 4 Б. 5 В. Не больше 4 Г. Не менее 4

Решение:

Белых цветков в букете не больше $11-7=4$, гвоздик — не больше $11-6=5$. Следовательно, белых гвоздик не больше 4.

Ответ: В. Не больше 4

Комментарий:

С этой задачей тоже справились две трети участников (67%). Многие указали ответ А.4. но в условии ведь не сказано, что все розы красные. Подобные ошибки встречаются довольно часто. Если вы видите среди предложенных вариантов ответа как точные, так и сравнительные, используйте это как подсказку. Проверьте полученный ответ, действительно ли он единственный.

<u>Задание № 7 (3 балла)</u>

Участок прямолинейного шоссе между городами *A* и *B* наиболее подвержен дорожно-транспортным происшествиям. В пункте *O* вне этого участка произошла авария. Пункт скорой помощи находится на середине участка *AB*, в пункте *M*. Расстояние от пункта *O* до ближайшего города *A* вдоль трассы 6 км, а до следующего города *B* по этой трассе — 20 км. Определите расстояние от пункта *O* до пункта *M*.

А. 7 км Б. 9 км В. 11 км Г. 13 км

Решение:

На рисунке изображено расположение участка и пунктов на нём, удовлетворяющее условию. Так как *OA* = 6 км, *OB* = 20 км, то *AB* = *BO* – *AO* = 20 – 6 = 14 км. Поскольку *M* — середина отрезка *AB*, то *AM* = $\frac{1}{2}$*AB* = 7 км. Расстояние между пунктами *O* и *M* равно $AM+AO=7+6=13$ км.

Ответ: Г. 13 км

Комментарий:

Задача не трудная, хотя с ней и справились только 60% участников. При решении подобных задач обязательно нужен рисунок или схема. Нарисовав схему и обозначив все заданные в условии расстояния, найти ответ не составит трудностей.

<u>Задание № 8 (3 балла)</u>

Пол квадратной формы покрыли полностью неразрезанными плиточками так, что вдоль стен поместилось 72 плиточки. Какое понадобилось наименьшее количество упаковок плиточек по 16 штук в каждой?

А. 21 Б. 22 В. 23 Г. 25

Решение:

В углах расположено 4 плиточки. Следовательно, вдоль каждой стены помещалось $(72-4):4+2=19$ плиточек. Всего понадобилось $19\cdot 19=361$ плиточек. Так как $361=22\cdot 16+9$, то потребовалось $22+1=23$ упаковки.

Ответ: В. 23

Комментарий: Эта задача оказалась самой сложной. Здесь правильный ответ указали только 34% участников. Большинство участников выбрали первый ответ – 21 упаковка, видимо посчитав, что размер пола 18х18, так как 72/4 = 18, но это неверно.

Задание № 9 (3 балла)

Чему равно наименьшее количество минут между моментом исчезновения с экрана одного показания электронных часов на мобильном телефоне, содержащего 4 различные цифры и моментом появлением другого показания, содержащего тоже 4 различные цифры, отличные от предыдущего показания (например, 17:35 и 20:48)?

А. 22 мин Б. 35 мин В. 106 мин Г. 155 мин

Решение:

Прежде всего нужно, выбрать показания количества часов в соответствии с требованиями условия. Первые цифры показаний количества часов могут быть 0, 1 и 2. Рассмотрим пары показаний количества часов, отличающиеся первыми цифрами и удовлетворяющие требованиям условия: 09 и 12, 19 и 20, 23 и 01. Промежутки времени между этими показаниями в первом случае не меньше 2 ч, в третьем — больше 1 ч. А во втором оно может быть меньше 1 часа за счёт показаний количества минут. Искомые показания: 19:58 и 20:34, так как показание 19:58 наибольшее из удовлетворяющих условию и меньших показания 20:00, а показание 20:34 — наименьшее из показаний, удовлетворяющих условию и больших 20:00. Между моментом исчезновения с экрана показания 19:58 и моментом появления на экране показания 20:34 прошло $20:34-19:59=35$ мин.

Ответ: Б. 35 мин

Комментарий:

В девятой задаче лишь 39% участников указали верный ответ. Видимо многие не смогли найти верные показания часов, при которых данная разность будет наименьшей.

Задание № 10 (3 балла)

«Моему брату 1 января исполнилось 3 года» — сказала Маша. «А моему, как подсчитал вчера папа, — 30 000 часов» — похвасталась Оля. «Моему брату 40 месяцев было 1 апреля» — сказала Ира. Таня сообщила подружкам, что 1 декабря в семье праздновали юбилей: 1 000 дней со дня рождения братишки. Чей брат самый старший, если разговор девочек состоялся 15 мая?

А. Ирин Б. Олин В. Машин Г. Танин

Решение:

Запишем возрасты детей в днях по состоянию на 15 мая с точностью до нескольких дней.

Брат	*Машин*	*Олин*	*Ирин*	*Танин*
Возраст, в днях	365·3 + 135 = = 1230	30000:24 = = 1250	40 месяцев = 3 года + 4 мес. 365·3 + 4·30 + 45 = 1260	1000 + 165= = 1165

Следовательно, старше всех брат Иры.

Ответ: А. Ирин

Комментарий:

Эту задачу решили почти половина участников (49%). Задача не требовала особых знаний или навыков. Здесь надо было правильно конвертировать все возраста в одну и ту же единицу измерения. В принципе ничего сложного нет, надо только правильно все посчитать.

Разбор тестовых заданий 6-10

6 класс

<u>Задание № 6 (3 балла)</u>

В семье шестеро детей, самому старшему — 16 лет, а самому младшему ребёнку 1 год. Известно, что Гриша старше Жени, а Саша старше Толи, но младше Вани, возраст Лены больше возраста Вани, но меньше возраста Жени. Кому из детей 16 лет, а кому 1 год?

А. Грише, Толе Б. Жене, Саше В. Жене, Толе Г. Грише, Саше

Решение:

Если обозначить возраст каждого ребёнка первой буквой его имени, то из усло-вия будут следовать соотношения: Г > Ж, В > С > Т, Ж > Л > В. Следовательно, Г > Ж > Л > В > С > Т. Самый старший — Гриша, ему 16 лет, самый младший — Толя, ему 1 год.

Ответ: А. Грише, Толе

Комментарий:

Эта задача была довольно простая, необходимо было правильно расставить детей по возрастанию. С ней справились 95% участников.

<u>Задание № 7 (3 балла)</u>

На олимпиаде по математике четверо получили 10, 16, 26 и 30 баллов. Сколько баллов получил Антон, если у Петра балл был выше, чем у Бориса, а сумма баллов Петра и Кирилла делится на 3?

А. 10 Б. 16 В. 26 Г. 30

Решение:

Так как сумма баллов Петра и Кирилла делится на 3, то они могли получить соответственно 10 и 26 баллов (сумма $10+26=36$ делится на 3) или 16 и 26 баллов (сумма $16+26=42$ делится на 3), остальные суммы 26, 40, 46, 56 на 3 не делятся).

Пусть сумма баллов Петра и Кирилла равна $10+26=36$. Пётр не мог получить 10 баллов, ибо у него балл выше, чем у Бориса, то есть он получил не наименьшее количество баллов. Следовательно, Кирилл мог получить 10 баллов, Борис — 16, Пётр — 26, а Антон — 30 баллов.

Пусть сумма баллов Петра и Кирилла равна $16+26=42$. Если Пётр получил 16 баллов, а Кирилл – 26, то Борис мог получить только 10 баллов (у него количество баллов меньше, чем у Петра), а Антон — 30 баллов.

Если Пётр получил 26 баллов, а Кирилл – 16, то Борис мог получить только 10 баллов (у него количество баллов меньше, чем у Петра), а Антон — 30 баллов.

Итак, во всех случаях Антон мог получить только 30 баллов.

Ответ: Г. 30

Комментарий:

Эту задачу решили 91% участников. Задача решается перебором вариантов. Поскольку решение приводить не требовалось, достаточно было рассмотреть один вариант, чтобы понять, что Антон мог получить 30 баллов.

Задание № 8 (3 балла)

В заключительном туре олимпиады по математике принимало участие 16 семиклассников. Семь учащихся получили более высокие баллы, чем Таня, а пять — более низкие, чем Вадим. Сколько учащихся получили больше баллов, чем Вадим, но меньше, чем Таня?

А. 4 Б. Не менее 2-х В. Не более 2-х Г. 2

Решение:

Из условия следует, что у Тани более высокий балл, чем у Вадима, и $7+5=12$ учащихся имеют или более высокий балл, чем у Тани, или более низкий балл, чем у Вадима. Следовательно, искомое количество учащихся не более, чем $16-12-2=2$. Так как из условия не следует, что полученные баллы все различны, то правильным является ответ В.

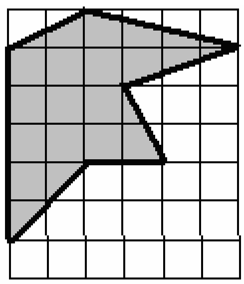
Ответ: В. Не более 2-х

Комментарий:

В этой задаче только 12% участников указали правильный вариант ответа. Дело в том, что большинство не учли, что баллы могут совпадать, в результате чего искомое количество учащихся может быть меньше двух (если есть такие, у кого баллов столько же, сколько у Тани или у Вадима). Поэтому практически все выбрали ответ Г. 2.

Задание № 9 (3 балла)

Найдите площадь закрашенной фигуры, изображённой на рисунке, если площадь одной клетки равна 1 см^2.



А. 13,5 см^2 Б. 16,5 см^2 В. 14,5 см^2 Г. 15 см^2

Решение:

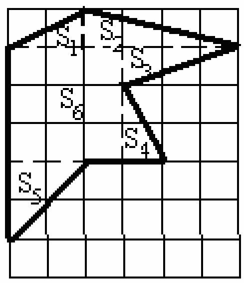


Рис. 1

Пусть площадь одной клетки равна 1 см^2. Тогда площадь прямоугольника, состоящего из $m \cdot n$ клеток, равна $m \cdot n$ см^2, а площади треугольников, полученных разрезанием этого прямоугольника по диагонали, — $\frac{1}{2} \cdot mn$ см^2. Пользуясь этими правилами, найдём площадь указанной фигуры, разбивая ее на треугольники и прямоугольники.

$$S_{Рис.1} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 = 1+2+1{,}5+1+2+9 = 16{,}5\,см^2$$

Ответ: Б. 16,5 см^2

Комментарий:

87% участников справились с этой задачей. В авторском решении применяется довольно стандартный метод. В подобных задачах всегда фигура разбивается на части, а общая площадь считается, как сумма площадей этих частей.

<u>Задание № 10 (3 балла)</u>

В четырёх салонах сотовой связи один телефон одного и того же класса продаётся в кредит на условиях, которые представлены в таблице.

Салон	*Цена телефона, руб.*	*Первоначальный взнос (в процентах от цены)*	*Срок кредита, мес.*	*Сумма ежемесячного платежа, руб.*
АЛЛО	19 400	5	6	3740
МОБИ	19 900	5	12	1860
СОТА	22 700	30	6	2800
ДОКА	23 100	10	9	2300

В каком из салонов покупка обойдётся дешевле всего (с учётом переплаты)?

А. В АЛЛО Б. В МОБИ В. В СОТА Г. В ДОКА

Решение:

Подсчитаем стоимость покупки телефона в каждом салоне.

АЛЛО: $19400 \cdot 0{,}05 + 3740 \cdot 6 = 23\,410$ руб.

МОБИ: $19900 \cdot 0{,}05 + 1860 \cdot 12 = 23\,315$ руб.

СОТА: $22700 \cdot 0{,}3 + 2800 \cdot 6 = 23\,610$ руб.

ДОКА: $23100 \cdot 0{,}1 + 2300 \cdot 9 = 23\,010$ руб.

Дешевле всего покупка обойдётся в салоне ДОКА.

Ответ: Г. В ДОКА

Комментарий:

В этой задаче 73% участников указали верный ответ. Здесь необходимо было проделать несколько несложных вычислений и посчитать сумму выплат за телефон при покупке в кредит для каждого салона. Большинство участников с этим справились.

Разбор тестовых заданий 6-10

7 класс

<u>Задание № 6 (3 балла)</u>

За вход в Ботанический сад взрослый должен заплатить 30 руб., а ребёнок — 10 руб. В воскресенье Ботанический сад посетили 100 человек, которые заплатили за вход 2400 руб. На сколько процентов от числа посетителей в этот день взрослых было больше, чем детей?

А. На 20% Б. На 30% В. На 40% Г. На 50%

Решение:

Пусть в воскресенье Ботанический сад посетили x взрослых, тогда количество детей среди посетителей равно $100-x$. За вход они всего заплатили $30x+10(100-x)=20x+1000$ руб., что, по условию, равно 2400 руб. Отсюда $20x=1400$, $x=70$. Так как посетителей было 100, то 70 взрослых составляют 70% от посетивших в этот день, а 100 – 70 = 30 детей — 30%. Следовательно, искомое значение равно 70 – 30 = 40%.

Ответ: В. На 40%

Комментарий:

В этой задаче 79% участников выбрали верный вариант ответа. Способов решения данной задачи несколько. Можно обойтись и без составления уравнения. Если считать, что детям вход бесплатный, а взрослый билет стоит $30-10=20$ рублей, то эти 100 человек заплатят на $10\cdot100=1000$ рублей меньше, то есть 1400. Разделив 1400 на 20, найдем количество взрослых посетителей, их 70, а значит детей 30.

<u>Задание № 7 (3 балла)</u>

Первоклассник Петя из школы идет домой 15 минут, а его дедушка, когда идет за ним из дома в школу, — 10 минут. Однажды они вышли навстречу друг другу и встретились через 3 минуты после выхода Пети. На сколько минут раньше дедушка вышел из дома, чем Петя из школы?

А. На 4 минуты Б. На 5 минут В. На 6 минут Г. На 7 минут

Решение:

Так как Петя из школы идет домой 15 минут, то за 3 мин он прошёл $\frac{3}{15}=\frac{1}{5}=0{,}2$ расстояния от школы до дома. Следовательно, дедушка прошёл до встречи 1 – 0,2 = 0,8 этого расстояния, ему понадобилось для этого $10\cdot0{,}8=8$ мин, поскольку из дома в школу, он идёт 10 минут. Следовательно, дедушка вышел раньше Пети на 8 – 3 = 5 минут.

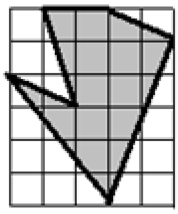
Ответ: Б. На 5 минут

Комментарий:

Эту задачу тоже решили 79% участников. Задача не трудная, все вычисления довольно простые. Одним из способов решения в донном случае может быть перебор, имея варианты ответа, можно посчитать, какой из них удовлетворяет условию.

Задание № 8 (3 балла)

Найдите площадь закрашенной фигуры, изображённой на рисунке, если площадь одной клетки равна 1 см^2.



А. 13,5 см^2 Б. 14 см^2 В. 14,5 см^2 Г. 15 см^2

Решение:

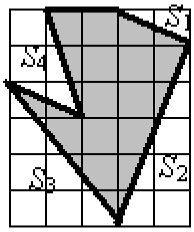


Рис. 1

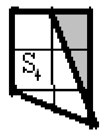


Рис. 2

Искомая площадь S равна разности площади прямоугольника, изображённого на рис. 1, и суммы площадей $S_1+S_2+S_3+S_4$. Площадь прямоугольника равна $5\cdot 6=30$ см^2. Площади S_1, S_2, S_3 равны половинам площадей соответствующих прямоугольников: $S_1=1$ см^2, $S_2=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 5=5$ см^2, $S_3=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3=6$ см^2. Площадь S_4 найдём, пользуясь рис. 2. $S_4=2\cdot 2+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1-\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 3=4+1-1{,}5=3{,}5$ см^2. Следовательно, искомая площадь равна 30 – (1 + 5 + 6 + 3,5) = 14,5 см^2.

Ответ: В. 14,5 см^2

Комментарий:

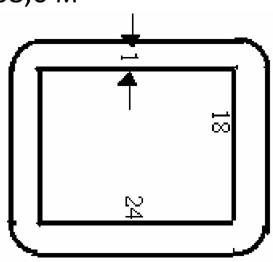
Менее половины участников (47%) справились с этой задачей. В авторском решении применяется довольно стандартный метод. Можно конечно и саму закрашенную фигуру разбить на части, посчитать их площади и сложить, но в данном случае авторское решение более простое.

Задание № 9 (3 балла)

Газон прямоугольной формы размерами 18 м × 24 м окружён травяной дорожкой, наружный край которой удалён от границы газона на 1 м. Какова площадь дорожки с точностью до 10 дм^2?

А. 87,0 м^2 Б. 87,1 м^2 В. 87,3 м^2 Г. 88,0 м^2

Решение:



Дорожка состоит из двух прямоугольников размерами 1 м × 24 м и 1 м × 18 м и четырёх уголков, которые вместе образуют круг радиуса 1 м (см. рис.). Следовательно, искомая площадь равна $2\cdot 1\cdot 18+2\cdot 1\cdot 24+\pi\cdot 1^2\approx 36+48+3{,}14=87{,}14\approx 87{,}1$ м^2.

Ответ: Б. 87,1 м^2

Комментарий:

Эта задача оказалась очень трудной для участников. Только 2% из них выбрали верный вариант ответа. Большинство посчитали, что правильный ответ Г. 88. Видимо они не учли, что форма дорожки будет именно такой, как показано на рисунке, а не прямоугольной.

<u>Задание № 10 (3 балла)</u>

В каком веке в будущем будет ближайшая дата (день, месяц, год), содержащая 8 различных цифр в её записи (например, 27.05. 3148)?

А. в 21 веке Б. в 22 веке В. в 23 веке Г. в 24 веке

Решение:

Пусть запись искомого года начинается с цифры 2. Цифры 0 и 1 обязательно потребуются для записи дня и месяца, так как первая цифра в записи месяца 0 или 1, а для записи дня 0 или 1 потребуются или в качестве первой цифры (07, 14), или для записи второй (30, 31). Ближайший год в будущем, не содержащий в записи цифр 0 и 1 — 2345. Тогда запись ближайшего месяца в этом году 06, а дня — 17. Искомая дата — 17. 06. 2345 — в 24 веке.

Ответ: Г. в 24 веке

Комментарий:

Эту задачу смогли решить примерно две трети (67%) участников. Задача не самая простая, простым подбором ее решить не получится. Здесь необходимо порассуждать и сделать несколько замечаний, прежде чем найти нужную дату. Как видно, далеко не все с этим справились.

Разбор тестовых заданий 6-10

8 класс

<u>Задание № 6 (3 балла)</u>

Исследователь решил самостоятельно сделать компьютерный набор рукописи. Планируя работу, он размышлял: «Если я, начиная с сегодняшнего дня, буду набирать по 15 страниц в день, то закончу работу в воскресенье, а если по 25, то — в пятницу». В какой день недели проходили эти размышления?

А. В понедельник Б. Во вторник В. В среду Г. В четверг

Решение:

Обозначим через n количество страниц рукописи, через k — количество полных недель, на которое он больше затратит, если будет набирать 15 страниц в день, а не 25, $k \geq 0$. По условию, $\frac{n}{15} - \frac{n}{25} = 7k + 2$ или $2n = 75 \cdot 7k + 150$. Из последнего равенства следует, что число k чётно. Пусть $k = 2p$. Тогда $n = 75 \cdot 7p + 75$, а $\frac{n}{15} = 7 \cdot 5p + 5$, то есть на выполнение задания потребуется $5p$ недель и ещё 5 дней. Так как исследователь планировал закончить работу воскресенье, то начать он должен её в среду.

Ответ: В. В среду

Комментарий:

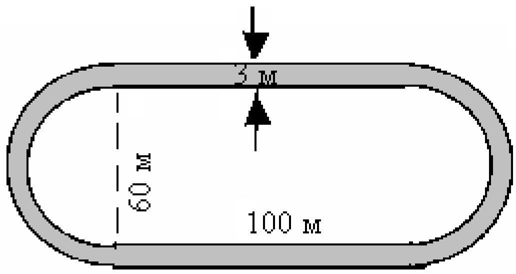
84% участников справились с этой задачей. В авторском решении задача решена в общем случае. Но поскольку решение приводить не требовалось и правильный ответ среди приведенных вариантов должен быть только один, то найти его можно было следующим образом. Наименьшее общее кратное чисел 15 и 25 это 75. Пусть в рукописи 75 страниц. Тогда из условия следует, что на 75/15 = 5-ый дней работы будет воскресенье, а на 75/25 = 3-ий день работы будет пятница. Значит, сегодня среда.

<u>Задание № 7 (3 балла)</u>

Спортивная площадка состоит из прямоугольного поля размерами 100 м×60 м и двух площадок, имеющих форму полукруга диаметром 60 м, примыкающих к прямоугольному полю с меньших его сторон. Спортивная площадка окружена беговой дорожкой шириной 3 м. На сколько примерно метров больше пробежит за 1 круг спортсмен, бегущий по дорожке возле ее внешней кромки, чем спортсмен, бегущий по дорожке возле ее внутренней кромки? Выберите наиболее точное значение.

А. На 14 м Б. На 16 м В. На 18 м Г. На 20 м

Решение:



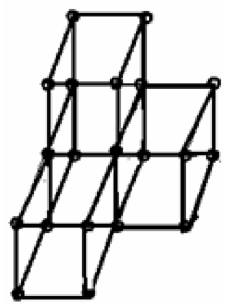
На рисунке изображена спортивная площадка и беговая дорожка, её окружающая. Путь бегущего по дорожке возле ее внешней кромки состоит из двух отрезков, каждый длиной 100 м, и двух полуокружностей радиусом 32,9 м (на 10 см спортсмен отстоит от кромки дорожки). Путь бегущего по дорожке возле ее внутренней кромки состоит из двух отрезков, каждый длиной 100 м, и двух полуокружностей радиусом 30,1 м. Следовательно, разность их длин равна разности длин окружностей радиусами 32,9 м и 30,1 м, то есть $5{,}6\pi \approx 18$ м.

Ответ: В. На 18 м

Комментарий:

В этой задаче 70% участников смогли найти верный ответ. По идее задача состоит в том, чтобы найти разность длин окружностей с радиусами 33м и 30м. Зная формулу для нахождения длины окружности, сделать это не трудно.

<u>Задание № 8 (3 балла)</u>



В детском конструкторе имеется много металлических стержней одинаковой длины и соединительных шариков, из которых можно собирать каркасные кубики и конструкции из таких кубиков так, что один стержень может служить ребром нескольких кубиков, а шарик – вершиной нескольких кубиков (см. рис.). Сколько понадобится шариков и стержней, чтобы собрать куб, состоящий из 8 каркасных кубиков?

А. 27; 54 Б. 27; 48 В. 36; 54 Г. 36; 60

Решение:

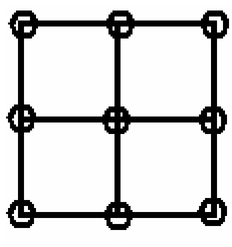


Рис. 1

Вид сверху на такой кубик изображен на рис. 1. Для указанной на нем конструкции требуется 9 шариков и 12 стержней.

Собранный куб, состоящий из 8 каркасных кубиков, можно составить из трех конструкций, изображенных на рис 1, соединив их стержнями. Всего потребуется 27 шариков и $36+18=54$ стержней.

Ответ: А. 27; 54

Комментарий:

С этой задачей справились почти две трети (64%) участников. Решать подобные задачи лучше, используя вспомогательные рисунки, как это сделано в авторском решении. Представляя структуру в уме, довольно легко допустить ошибку в подсчетах.

Задание № 9 (3 балла)

При составлении расписания дополнительных занятий, состоящих из 4-х уроков, в субботу для учащихся 11 класса учителя высказали следующие просьбы:

1) математику поставить 1-м или 4-м уроком;
2) историю не ставить на 1-й урок;
3) физику не ставить ни на 1-м, ни на 4-м уроке;
4) русский язык не ставить на последнем уроке.

Сколько существует вариантов составления расписания, в котором будут учтены все просьбы?

А. 2 Б. 4 В. 6 Г. 8

Решение:

Запишем просьбы в таблицу.

Предмет	*Математика*	*История*	*Физика*	*Русский язык*
Номера уроков	1, 4	2, 3, 4	2, 3	1, 2, 3

Если на 1-й урок поставить математику, то на 4-й нужно поставить историю, а физику и русский язык историю можно поставить 2-я способами на 2-м и 3-м уроках.

Если на 1-й урок поставить русский язык, то на 4-й нужно поставить математику, а историю и физику можно поставить 2-я способами на 2-м и 3-м уроках.

Всего существует 4 варианта составления расписания, в котором будут учтены все просьбы.

Ответ: Б. 4

Комментарий:

В этой задаче верный ответ указали 59% участников. Способов решения этой задачи можно придумать много, но в любом случае там будет присутствовать перебор и задача в том, чтобы этот перебор минимизировать. В качестве упражнения можете попробовать найти ответ задачи, начиная рассуждения с того, что можно поставить на последний урок. В итоге должны получиться те же самые варианты расписания.

Задание № 10 (3 балла)

Бросаем монету четыре раза. Вова считает, что имеется больше шансов для того, чтобы гербы и решки выпали по два раза. По мнению Андрея, больше шансов есть для того, чтобы ровно при трех бросках выпала одинаковая сторона монеты. Кто из них прав?

А. Вова Б. Андрей В. Шансы равны Г. Определить невозможно

Решение:

Обозначим выпадение герба при бросании монеты буквой Г, а решки —буквой Р. Исходы четырёхкратного подбрасывания монеты следующие:

ГГГГ	ГГГР	ГГРГ	ГРГГ	ГГРР	ГРГР	ГРРГ	ГРРР
РГГГ	РГГР	РГРГ	РРГГ	РГРР	РРГР	РРРГ	РРРР

Всего 16 равновозможных исходов. Из них в 6 исходах герб и решка выпадают по 2 раза, а в 8 исходах герб или решка выпали ровно три раза (герб — в 4-х исходах и решка — в 4-х исходах). Следовательно, больше шансов есть для того, чтобы герб или решка выпали ровно три раза. Прав Андрей.

Ответ: Б. Андрей

Комментарий:

Последняя тестовая задача оказалась наиболее сложной. Ее правильно решили только 21% участников. Решение задачи довольно простое. Привести все варианты случайных исходов и посчитать количество искомых. Возможно, многие неверно поняли условие, и посчитали, что ровно при трех бросках одинаковая сторона монеты будет только в четырех вариантах. То есть посчитали либо только для решки, либо только для орла, но не для того и другого вместе.

Разбор тестовых заданий 6-10

9 класс

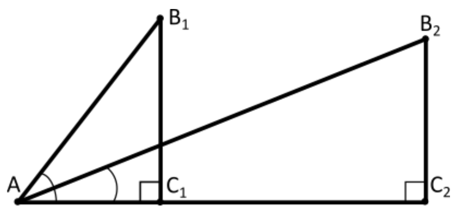
<u>Задание № 6 (3 балла)</u>

При наблюдении с земли за движением самолёта установлено, что за некоторое время расстояние до самолёта увеличилось в 2 раза, а угол, под которым он виден над горизонтом, уменьшился с 60° до 30°. Поднялся или опустился самолёт?

А. Поднялся Б. Опустился В. Высота не изменилась Г. Определить невозможно

Решение:

На рисунке точка A является изображением наблюдательного пункта, точки B_1 и B_2 — изображениями самолёта. По условию, $\angle B_1AC_1 = 60°$, $\angle B_2AC_2 = 30°$, $AB_2 = 2AB_1$. Необходимо сравнить длины отрезков B_1C_1 и B_2C_2, изображающих высоты подъёма самолёта в разные моменты. Из прямоугольных треугольников B_1AC_1 и B_2AC_2 найдём разность B_1C_1 и B_2C_2:



$$B_1C_1 - B_2C_2 = AB_1 sin60° - 2AB_1 sin30° = \frac{1}{2}AB_1(\sqrt{3}-2).$$

Так как $\sqrt{3}-2<0$, то $B_1C_1 < B_2C_2$. Следовательно, $B_1C_1 - B_2C_2 < 0$, самолёт поднялся.

Ответ: А. Поднялся

Комментарий:

Три четверти участников (75%) справились с этой задачей. Задача по геометрии, не требующая особых знаний или навыков. Способы решения здесь можно применить разные. Например, воспользоваться подобием треугольников AB_1C_1 и B_2AC_2 и свойством прямоугольного треугольника о том, что катет, лежащий напротив угла в 30° в два раза меньше гипотенузы.

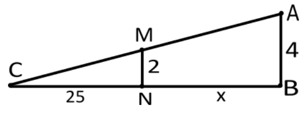
<u>Задание № 7 (3 балла)</u>

Человек, рост которого 2 м, отходит в тёмное время суток от столба высотой 4 м, на конце которого расположен яркий источник света, со скоростью 6 км/ч. Через сколько секунд длина тени от человека будет равняться 25 м?

А. Через 30 с Б. Через 20 с В. Через 15 с Г. Через 10 с

Решение:

На рисунке отрезок AB является изображением столба, точка A — источника света, отрезок MN — изображением человека. Тогда длина отрезка CN равна длине тени человека, а длина отрезка BN (обозначим её через x м) — расстоянию от человека до столба. Из подобия треугольников ΔCMN и ΔCAB имеем равенство: $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{CN}$ или $\frac{4}{2} = \frac{25+x}{25}$. Следовательно, x = 25 м. Так как человек за 1 минуту проходит 100 м, то 25 м он преодолеет за 15 с.



Ответ: В. Через 15 с

Комментарий:

Эта задача оказалась наиболее простой. Ее решили правильно 82% участников. Здесь надо было только воспользоваться подобием треугольников и найти время, зная скорость и пройденное расстояние. Все вычисления не сложные.

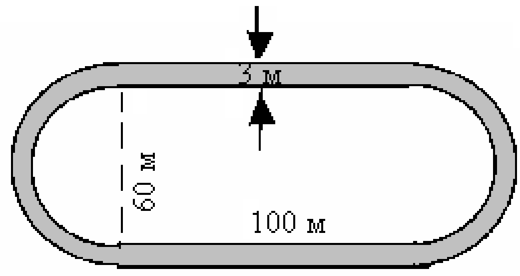
Задание № 8 (3 балла)

Спортивная площадка состоит из прямоугольного поля размерами 100 м × 60 м и двух площадок, имеющих форму полукруга диаметром 60 м, примыкающих к прямоугольному полю с меньших его сторон. Спортивная площадка окружена беговой дорожкой шириной 3 м. Какова площадь беговой дорожки? Выберите наиболее точное значение.

А. 1190 м^2 Б. 1193 м^2 В. 1196 м^2 Г. 1200 м^2

Решение:

На рисунке изображена спортивная площадка и беговая дорожка, её окружающая. Беговая дорожка состоит из двух прямоугольных участков размерами 100 м × 3 м, и двух участков, которые вместе образуют кольцо, то есть множество точек, ограниченное окружностями радиусами 30 м и 33 м с общим центром. Следовательно, искомая площадь равна $2 \cdot 100 \cdot 3 + \pi \cdot 33^2 - \pi \cdot 30^2 = 600 + 189\pi \approx 1193$ м^2.



Ответ: Б. 1193 м^2

Комментарий:

В этой задаче 71% участников выбрали верный вариант ответа. Здесь важно было построить правильный рисунок. Найти площадь дорожки (двух прямоугольных частей и двух полукругов), зная формулы и все необходимые размеры, не составит трудностей.

Задание № 9 (3 балла)

Какое наименьшее количество знаков должно быть в номере машины, состоящем из буквы (используется 30 букв) и цифр (используют все цифры), чтобы такими номерами можно было обеспечить 5 млн. автомобилей?

А. 4 Б. 5 В. 6 Г. 7

Решение:

Количество различных номеров, состоящих из буквы и k цифр, $k \geq 1$, равно $30 \cdot 10^k = 3 \cdot 10^{k+1}$. Следовательно, должно выполняться неравенство $3 \cdot 10^{k+1} > 5 \cdot 10^6$. Наименьшее целое решение этого неравенства равно 6. Действительно, значение выражения $3 \cdot 10^{k+1}$ при $k \leq 5$ удовлетворяет неравенству $3 \cdot 10^{k+1} < 5 \cdot 10^6$, но $3 \cdot 10^{k+1} > 5 \cdot 10^6$. Следовательно, искомое наименьшее количество знаков, которое должно быть в номере машины, равно $1 + 6 = 7$.

Ответ: Г. 7

Комментарий:

Эта задача оказалась наиболее сложной. Правильный ответ в ней указали только 14% участников. Что довольно странно, учитывая, что решение здесь очень простое. Возможно, многие просто не заметили, что в номере машины должна быть ровно одна буква по условию. Надо внимательнее читать условие.

<u>Задание № 10 (3 балла)</u>

Игральный кубик бросают четыре раза. Оля считает, что имеется больше шансов для того, чтобы чётное и нечётное число очков выпали по два раза. По мнению Иры, больше шансов есть для того, чтобы на верхней грани выпало количество очков одной и той же чётности ровно три раза. Кто из них прав?

А. Оля Б. Ира В. Шансы равны Г. Определить невозможно

Решение:

Обозначим выпадение чётного количества очков при бросании игрального кубика буквой Ч, а нечётного — буквой Н. Исходы четырёхкратного подбрасывания игрального кубика следующие:

ЧЧЧЧ	ЧЧЧН	ЧЧНЧ	ЧНЧЧ	ЧЧНН	ЧНЧН	ЧННЧ	ЧННН
НЧЧЧ	НЧЧН	НЧНЧ	ННЧЧ	НЧНН	ННЧН	НННЧ	НННН

Всего 16 равновозможных исходов. Из них в 6 исходах чётное и нечётное количество очков выпадают по 2 раза, а в 8 исходах выпадают чётное или нечётное количество очков выпадают 3 раза. Следовательно, больше шансов для выпадения чётного или нечётного количества очков 3 раза. Права Ира.

Ответ: Б. Ира

Комментарий:

Только 29% участников смогли решить эту задачу. Решение здесь довольно простое. Необходимо найти все варианты случайных исходов и посчитать количество нужных для Оли и для Иры. Нужно только догадаться рассматривать именно четность выпавшего числа, а не само число. Иначе вариантов будет слишком много.