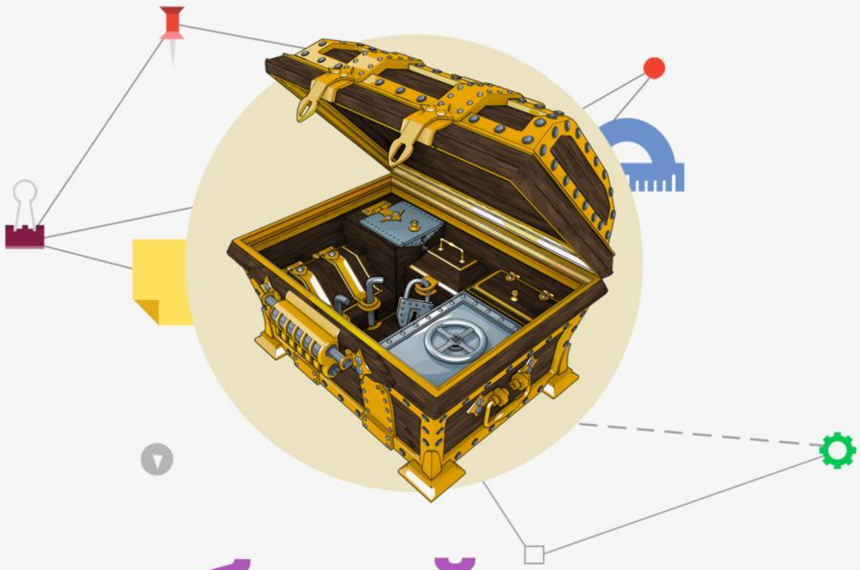


Волшебный сундучок

ВСЕРОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор тестовых заданий 1-5

4 класс

<u>Задание №1 (3 балла)</u>

На праздновании дня рождения у Пети гости съели 22 пирожных. Сколько гостей съели ровно по 2 пирожных, если гостей было 15 и каждый из них съел хотя бы одно пирожное?

А. Не более 5 Б. 7 В. Не менее 7 Г. Не более 7

Решение:

Так как гостей было 15 и каждый из них съел хотя бы одно пирожное, то $22-15=7$ пирожных съели те, кто съел более одного пирожного. Это могли сделать не более 7 гостей. Не ровно 7, так как некоторые могли съесть и более двух пирожных.

Ответ: Г. Не более 7

Комментарий:

Первая задача оказалась самой сложной. Правильный вариант ответа здесь указали только 26% участников. Большинство посчитали, что правильный ответ Б. 7. Но поскольку в задаче не сказано, что гости не могли съесть более двух пирожных, то этот ответ неверный. Стоит быть внимательнее, подобные ошибки встречаются довольно часто в конкурсных работах.

<u>Задание №2 (3 балла)</u>

В девятиэтажном доме 4 подъезда по 4 квартиры на каждом этаже в каждом подъезде. В каждой квартире проживает хотя бы один ребенок, но не более трех. В половине квартир проживает по двое детей, а в половине остальных по одному ребенку. Сколько детей проживает в доме?

А. 144 Б. 216 В. 288 Г. 312

Решение:

В доме $9\cdot4\cdot4=144$ квартиры. В половине из них проживает по два ребенка. Всего в этих квартирах проживает $2\cdot72=144$ детей. В половине остальных, то есть в 72:2 = 36 квартирах, по одному ребенку, в этих квартирах проживает $1\cdot36=36$ детей. А в остальных 36 квартирах проживает по три ребенка, то есть $3\cdot36=108$ детей. Всего в доме проживает $144+36+108=288$ детей.

Ответ: В. 288

Комментарий:

Со второй задачей справились 44% участников. В этой задаче можно было заметить, что квартир с одним ребенком, столько же, сколько и с тремя детьми. То есть на каждую пару таких квартир приходится 4 ребенка, а значит детей в доме ровно в 2 раза больше, чем квартир.

Задание №3 (3 балла)

Учащиеся 4-А и 4-Б стали в одну шеренгу. Крайней слева стояла девочка, затем мальчик, снова девочка, опять мальчик и т. д. Всего в шеренге стояло 43 школьника. Сколько в ней мальчиков из 4-Б класса, если мальчиков из 4-А класса на 9 меньше количества девочек в шеренге?

А. 13 Б. 10 В. 8 Г. 6

Решение:

Из условия следует, что в шеренге стояли 22 девочки и 21 мальчик. Следовательно, мальчиков из 4-А стояло $22-9=13$, тогда искомое количество мальчиков из 4-Б было $21-13=8$.

Ответ: В. 8

Комментарий:

Эту задачу решили 82% участников. Задача довольно простая, ее решение не требует особых знаний или навыков. Нужно только правильно все посчитать и обязательно проверить полученный ответ, это не занимает много времени.

Задание №4 (3 балла)

Было 9 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на три части. Всего стало 15 листов. Сколько листов бумаги разрезали?

А. 2 Б. 3 В. 4 Г. 6

Решение:

Количество листов бумаги увеличилось на $15-9=6$. Разрезание каждого листа увеличивает количество листов бумаги на $3-1=2$. Следовательно, разрезали $6:2=3$ листа.

Ответ: Б. 3

Комментарий:

С этой задаче справились 83% участников. Здесь важно было понять, что при разрезании одного листа на три, количество листов увеличивается на 2, а не на 3. Некоторые этого не учли и посчитали верным ответ А.

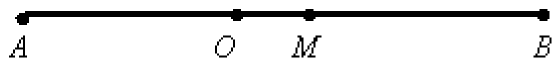
Задание №5 (3 балла)

Участок прямолинейного шоссе между городами *A* и *B* наиболее подвержен дорожно-транспортным происшествиям. В пункте *O* этого участка произошла авария. Пункт скорой помощи находится на середине участка *AB*, в пункте *M*. Расстояние от пункта *O* до города *A* вдоль трассы 6 км, а до города *B* по этой трассе — 8 км. Определите расстояние от пункта *O* до пункта *M*.

А. 1 км Б. 2 км В. 3 км Г. 4 км

Решение:

На рисунке изображено расположение городов и пункта на трассе, удовлетворяющее условию. Так как *OA* = 6 км, *OB* = 8 км, то *AB* = *AO* + *OB* = 6 + 8 = 14 км. Поскольку *M* — середина отрезка *AB*, то *AM* = $\frac{1}{2}$*AB* = 7 км. Расстояние между пунктами *O* и *M* равно $AM-AO=7-6=1$ км.



Ответ: А. 1 км

Комментарий:

С этой задачей тоже справились многие, а именно 82% участников. Нарисовав правильную схему к условию задачи, решить ее не составит труда. Все вычисления довольно простые.

Разбор тестовых заданий 1-5

5 класс

<u>Задание № 1 (3 балла)</u>

У Димы в кошельке монеты достоинством 1 руб., 2 руб., 5 руб. и 10 руб. Из этих монет 17 — не рублёвые, 12 — не двухрублёвые. Каких монет у Димы в кошельке больше: рублёвых или двухрублёвых и на сколько?

А. Двухрублёвых, на 5 Б. Рублёвых, на 5 В. Двухрублёвых, на 3 Г. Рублёвых, на 3

Решение:

Так как не рублёвых монет больше, чем не двухрублёвых, то рублёвых монет меньше, чем двухрублёвых. Количество монет достоинством 2 руб. или 5 руб., или 10 руб. равно $20-17=3$. Количество монет достоинством 1 руб. или 5 руб., или 10 руб. равно $20-12=8$. Следовательно, двухрублёвых монет больше, чем рублёвых, на $8-3=5$.

Ответ: А. Двухрублёвых, на 5

Комментарий:

С первой задачей справились 75% участников. Обозначив количества монет каждого достоинства a_1, a_2, a_5 и a_{10}, из условия можно получить равенства $a_2+a_5+a_{10}=17$ и $a_1+a_5+a_{10}=12$. После вычитания второго равенства из первого получим $a_2-a_1=5$.

<u>Задание № 2 (3 балла)</u>

В детской компании пятеро. Если их возраст выразить целым количеством месяцев и расположить в порядке возрастания, то каждое следующее число будет больше предыдущего на 4. Каков средний возраст в этой компании, если возраст самого старшего в два раза больше возраста самого младшего?

А. 1,5 года Б. 2 года В. 2,5 года Г. Ответ отличен от приведенных

Решение:

Из условия следует, что разность возрастов самого старшего и самого младшего равна $4\cdot4=16$ месяцам. Если принять возраст самого младшего за одну часть, то возраст самого старшего составит 2 части, а их разность, 16 месяцев, составит 2 – 1 = 1 часть. Итак, самому младшему 16 месяцев, следующему — 16 + 4 = 20 месяцев, третьему, среднему по возрасту, 20 + 4 = 24 месяца или 2 года. Этот возраст равен среднему возрасту в этой компании, так как $(16+20+24+28+32):5=120:5=24$ месяца или 2 года.

Ответ: Б. 2 года

Комментарий:

Вторую задачу решили 76% участников. Задача легко решается составлением уравнения. Обозначив за x возраст самого младшего в компании, получим, что возраста всех будут равны x, $x+4$, $x+8$, $x+12$ и $x+16$, а средний возраст будет равен $\frac{5x+40}{5}=x+8$. По условию $x+16=2x$, откуда $x=16$, а значит и средний возраст 24 месяца или 2 года.

<u>Задание № 3 (3 балла)</u>

Купили 1 кг конфет. Часть из них по цене 250 руб. за 1 кг, а часть по цене 400 руб. за 1 кг. Сколько купили более дорогих конфет, если всего заплатили 370 рублей?

А. 600 г Б. 700 г В. 800 г Г. 900 г

Решение:

Если бы конфет обоих видов купили поровну, то есть по полкилограмма, то заплатили бы 125 руб. + 200 руб. = 325 руб. На самом деле заплатили больше на 370 руб.– 325 руб.=45руб. Значит, более дорогих конфет купили больше, чем 500 г. Чтобы определить, на сколько сотен грамм больше, нужно 45 руб. разделить на разность стоимостей 100 г двух видов конфет, то есть на 40 руб.– 25 руб. = 15 руб. Частное от деления 45 руб. на 15 руб. равно 3. Следовательно, более дорогих конфет купили на 100·3 = 300 г более 500 г, то есть 800 г.

Ответ: В. 800 г

Комментарий:

Третья задача оказалась самой простой в тестовой части. В ней верный ответ выбрали 89% участников. Способов решения тут много. Если вы уже умеете решать системы уравнений с двумя неизвестными, то можно было решить задачу следующим образом. Обозначив вес более дешевых конфет за x, более дорогих за y, составим систему уравнений: $250\cdot x+400\cdot y=370$ и $x+y=1$. Из второго уравнения получаем $x=1-y$, подставляем в первое уравнение, получаем $250\cdot\left(1-y\right)+400\cdot y=370$ или $150\cdot y=120$, то есть y = 0,8 кг или 800 грамм.

<u>Задание № 4 (3 балла)</u>

Трое друзей купили 14 пирожков. Коля съел в 2 раза меньше пирожков, чем Витя, а Женя больше Коли, но меньше Вити. Сколько пирожков съел Женя, если друзьями были съедены все пирожки?

А. 6 Б. 5 В. 4 Г. 3

Решение:

Из условия следует, что Витя съел чётное количество пирожков, поскольку Витя съел в два раза больше пирожков, чем Коля. Причём Витя съел не больше 8, так как в противном случае пирожков друзьям не хватило бы, и не меньше 4, так как в противном случае Женя съел бы пирожков больше Вити.

Если бы он съел 8 пирожков, то Коля съел бы 4, и Жене досталось бы $14-(8+4)=2$ пирожка, то есть меньше, чем Коле.

Если Витя съел 6 пирожков, то Коля — 3. Тогда Жене осталось бы $14-(6+3)=5$, что больше 3 и меньше 6.

Если бы Витя съел 4 пирожка, то Коля — 2, Жене досталось бы $14-(4+2)=8$ пирожков, а это противоречит тому, что Женя съел пирожков меньше, чем Витя.

Следовательно, Женя съел 5 пирожков.

Ответ: Б. 5

Комментарий:

В этой задаче правильный вариант ответа указали 84% участников. Задача решается простым подбором.

<u>Задание № 5 (3 балла)</u>

В школе 33 класса, 1160 учеников. В этой школе обязательно есть класс, в котором количество учащихся меньше …

А. 33-х Б. 34-х В. 35-и Г. 36-и

Решение:

Так как при делении числа 1160 на 33 в неполном частном получается 35 с некоторым остатком, то не может в каждом классе школы быть более 35 учащихся. Следовательно, обязательно есть класс, в котором количество учащихся меньше 36-и.

Ответ: Г. 36-и

Комментарий:

Две трети участников (67%) смогли решить эту задачу. Ее можно было решить перебором, построив пример для всех предложенных вариантов ответа. Противоречие возникнет только в одном.

Разбор тестовых заданий 1-5

6 класс

Задание № 1 (3 балла)

В хоре 20 девочек, все они брюнетки или блондинки, голубоглазые или кареглазые. Сколько в хоре голубоглазых блондинок, если в нём 3 голубоглазые брюнетки, а всего 11 кареглазых девочек?

А. 7 Б. 6 В. 5 Г. 4

Решение:

Из условия следует, что в хоре $20-11=9$ голубоглазых девочек, из них 3 брюнетки, значит, $9-3=6$ голубоглазых блондинок.

Ответ: Б. 6

Комментарий:

Первая задача была простой, в ней правильный вариант ответа указали 99% участников. Здесь последовательно надо найти количество голубоглазых девочек, после чего найти количество блондинок среди них.

Задание № 2 (3 балла)

В летнем спортивном лагере в отряде 40 юношей и девушек. Среди них девушек — 60%, отличников учёбы — 70%, кандидатов в мастера спорта — 80%. Сколько в отряде среди отличниц учёбы кандидатов в мастера спорта?

А. Шесть Б. Четыре В. Не менее четырех Г. Не более четырех

Решение:

В отряде юношей 40%, не кандидатов в мастера спорта — 20%, не отличников учёбы — 30%. Следовательно, $100-(40+20+30)=10\%$ — это девушки, являющиеся отличниками учёбы, кандидатами в мастера спорта. Их 4, так как 10% от 40 равно 4. Но так как юноши могут быть не отличниками или не кандидатами в мастера спорта, то таких девушек может быть больше 4-х, но не менее 4-х.

Ответ: В. Не менее четырех

Комментарий:

С этим заданием справились 81% участников. Многие выбрали ответ Б.4. Они не учли, что юноши могут быть не отличниками или не кандидатами в мастера спорта, в результате чего отличниц учёбы кандидатов в мастера спорта может быть более четырех.

Задание № 3 (3 балла)

Васе поручено купить 200 г грибов и 1 кг картофеля. Вася всё перепутал и купил 200 г картофеля и 1 кг грибов. Во сколько раз больше стоила его покупка по сравнению с затратами на выполнение поручения, если один килограмм грибов стоит в 10 раз дороже килограмма картофеля?

А. В 2,4 раза Б. В 2,6 раза В. В 3,4 раза Г. В 3,6 раза

Решение:

Пусть один килограмм грибов стоит a зедов (зед — условная денежная единица). Если бы Вася выполнил данное ему поручение, то, так как 200 г составляет пятую часть 1 кг, он затратил бы $a:5+a:10=0{,}2a+0{,}1a=0{,}3a$ зедов. На самом деле он затратил $a+0{,}1a:5=a+0{,}02a=1{,}02a$ зедов, что больше $0{,}3a$ в $1{,}02a:0{,}3a=3{,}4$ раза.

Ответ: В. В 3,4 раза

Комментарий:

В этой задаче 85% участников нашли верный ответ. Задача на решение линейного уравнения с одной неизвестной. Можно за неизвестную взять и цену картофеля, после чего выразить все через нее, в таком случае дробей будет меньше, и вычисления будут немного проще.

Задание № 4 (3 балла)

Участок прямолинейного шоссе между городами *A* и *B* наиболее подвержен дорожно-транспортным происшествиям. В пункте *O* этого участка произошла авария. Пункт скорой помощи находится на середине участка *AB*, в пункте *M*, расстояние от которого до пункта *O* равно 3 км. Расстояние от пункта *O* до одного из концов участка *AB* равно $\frac{1}{5}$ длины этого участка. Определите расстояние между пунктами *A* и *B*.

А. 12 км Б. 10 км В. 9 км Г. 8 км

Решение:

На рис. 1 изображено одно из возможных расположений городов, остановки и пункта скорой помощи, удовлетворяющее условию. По условию, *OM* = 3 км, *OA* = $\frac{1}{5}$*AB*, так как расстояние от точки *O* до точки *B* больше половины *AB*. Требуется найти *AB*.

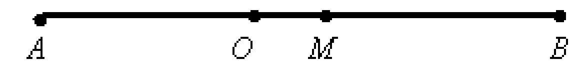


Рис. 1

Пусть $AO=x$ км, тогда $AM=(x+3)$ км Поскольку *M* — середина отрезка *AB*, то $AB=(2x+6)$ км. Имеем уравнение $\frac{1}{5}(2x+6)=x$ или $2x+6=5x$, *x* = 2 км.

Поскольку $AO=2$ км, $OM=3$ км, то $AM=2+3=5$ км, $AB=10$ км.

Если пункт *O* расположен ближе к *B*, чем к *A*, то есть *OB* = $\frac{1}{5}$*AB* (см рис. 2), то результат будет таким же.

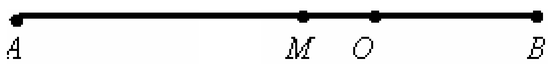


Рис. 2

Ответ: Б. 10 км

Комментарий:

Эту задачу правильно решили 82% участников. При решении подобных задач обязательно нужен рисунок или схема. Нарисовав схему и обозначив все заданные в условии расстояния, найти ответ не составит трудностей.

<u>Задание № 5 (3 балла)</u>

Известно, что Петя живёт во втором подъезде на 7-м этаже девятиэтажного дома и номер его квартиры — 63. В каком подъезде и на каком этаже живёт его друг Вася, если номер его квартиры 235 и на всех этажах во всех подъездах равное количество квартир?

А. В 7 подъезде, на 5 этаже

Б. В 6 подъезде, на 6 этаже

В. В 6 подъезде, на 5 этаже

Г. В 7 подъезде, на 6 этаже

Решение:

Если квартир на этаже 2 или 3, то в подъезде $9 \cdot 2 = 18$ или $9 \cdot 3 = 27$ квартир. Следовательно, во втором подъезде не могло быть квартиры с номером 63, так как в первых двух подъездах 36 или 54 квартиры.

Если квартир на этаже 4, то в подъезде $9 \cdot 4 = 36$ квартир, и на 7-м этаже второго подъезда, номера квартир начинаются с номера $36 + 24 + 1 = 61$. Так как число 235 при делении на 36 даёт в неполном частном число 6 и в остатке 19 ($236 = 36 \cdot 6 + 19$), а $19 = 4 \cdot 4 + 3$, то Вася живёт в 7 подъезде на 5-м этаже.

Если квартир на этаже больше 4-х, то в подъезде не менее $9 \cdot 5 = 45$ квартир, и на 7-м этаже второго подъезда номера квартир начинаются с числа, не меньшего $45 + 6 \cdot 5 + 1 = 76$, что противоречит условию.

Ответ: А. В 7 подъезде, на 5 этаже

Комментарий:

В этой задаче также 82% участников указали верный вариант ответа. В подобных задачах особенно важно проверять свои вычисления, хотя они и не сложные, но их много, поэтому легко можно допустить ошибку.

Разбор тестовых заданий 1-5

7 класс

<u>Задание № 1 (3 балла)</u>

В начале учебного года в 10 класс, в котором девочки составляли 60%, пришли новички — 3 девочки и 2 мальчика. Сколько процентов составляют девочки в новом составе класса?

А. 60% Б. 62% В. 65% Г. Определить невозможно

Решение:

Обозначим количество учащихся в классе до начала учебного года через *x*. Тогда девочек в нём было 0,6*x*, а стало — 0,6*x* + 3. Всего в классе стало (*x* + 5) учащихся. Девочки в нём составляют $\frac{0{,}6x+3}{x+5}\cdot 100\% = \frac{0{,}6(x+5)}{x+5}\cdot 100\% = 60\%$.

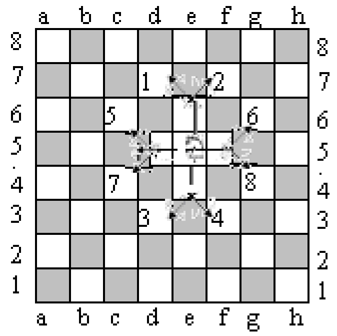
Ответ: А. 60%

Комментарий:

В первой задаче 81% участников указали верный вариант ответа. Задачу можно решить и без вычислений, приведенных в авторском решении. Поскольку девочек было 60% и среди новичков девочки также составляют 60% (3 из 5), то и в новом составе доля девочек не изменится.

<u>Задание № 2 (3 балла)</u>

Сколько существует клеток шахматной доски, в которые можно попасть из одной угловой клетки за три хода шахматного коня (он ходит буквой Г, см. рис.), но за меньшее количество ходов попасть нельзя?



А. 16 Б. 20 В. 24 Г. 30

Решение:

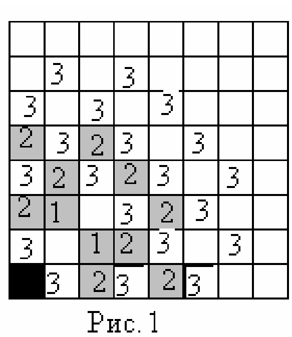


Рис. 1

На рис. 1 серым цветом закрашены клетки, в которые можно попасть из закрашенной чёрной клетки за 1 или 2 хода (на них проставлены соответственно цифры 1 или 2) и это количество ходов наименьшее, за которое можно попасть в клетку. А цифрой 3 отмечены клетки, в которые можно попасть за три хода, но за меньшее количество ходов попасть нельзя. Всего 20 таких клеток.

Ответ: Б. 20

Комментарий:

В этой задаче только 69% участников нашли верный ответ. Задача решается перебором и при решении необходимо быть предельно внимательным, чтобы не упустить ни одного варианта.

<u>Задание № 3 (3 балла)</u>

В пункте O прямолинейного шоссе, не принадлежащем участку AB этого шоссе, произошла авария. Пункт скорой помощи находится на середине участка AB, в пункте M на расстоянии 9 км от места аварии. Определите длину участка AB, если расстояние от пункта O до одного из концов участка AB равно $\frac{1}{4}$ длины этого участка.

А. 8 км Б. 10 км В. 12 км Г. 16 км

Решение:

На рисунке изображено расположение участка AB и пунктов на нём, удовлетворяющее условию. По условию OM = 9 км, $OA = \frac{1}{4}AB$, так как OB больше AB. Требуется найти AB.

Пусть $OA = x$ км. Тогда $AM = OM - OA = (9 - x)$ км. Поскольку M — середина отрезка AB, то $AB = (18 - 2x)$ км. По условию имеем уравнение $\frac{1}{4}(18 - 2x) = x$. Отсюда $x = 3$ км, тогда $AB = 18 - 2x = 12$ км.

Ответ: В. 12 км

Комментарий:

Эту задачу правильно решили 83% участников. При решении подобных задач обязательно нужен рисунок или схема. Нарисовав схему и обозначив все заданные в условии расстояния, найти ответ не составит трудностей.

<u>Задание № 4 (3 балла)</u>

На лестничной площадке четыре квартиры с номерами 25, 26, 27, 28. В них живут друзья Петя, Вася, Толя и Коля. Известно, что:

1) номер квартиры Пети меньше номера квартиры Васи;
2) номер квартиры Толи больше номера квартиры Коли;
3) номера квартир Васи и Пети отличаются на 1 от номера квартиры Толи.

У кого из ребят номер квартиры 26, а у кого 27?

А. У Пети, у Толи Б. У Толи, у Пети В. У Пети, у Коли Г. У Васи, у Толи

Решение:

Обозначим номера квартир ребят первыми буквами их имен. Из условия следуют соотношения В > П, Т > К. Так как номер квартиры Толи отличается на 1 от номеров квартир Васи и Пети, то справедливы соотношения В > Т > П > К. Номер квартиры 26 у Пети, а 27 — у Толи.

Ответ: А. У Пети, у Толи

Комментарий:

Эта задача оказалась наиболее простой. Правильный ответ в ней нашли 90% участников. Здесь требовалось правильно определить номера квартир ребят, используя данные условия. В подобных задачах очень важно проверять полученный ответ.

Задание № 5 (3 балла)

Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг R бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного 0,01 средней цены P, показателей функциональности F, качества Q и дизайна D. Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0{,}01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических чайников.

Модель чайника	*Средняя цена*	*Функциональность*	*Качество*	*Дизайн*
А	4000	1	4	2
Б	4500	4	3	1
В	4400	2	4	1
Г	4200	2	3	4

Какая модель чайника имеет наивысший рейтинг и чему он равен?

А. А Б. Б В. В Г. Г

Решение:

Подсчитаем рейтинг каждой из приведенных моделей чайника.

А: $4(2\cdot 1+2\cdot 4+2)-0{,}01\cdot 4000=48-40=8$;

Б: $4(2\cdot 4+2\cdot 3+1)-0{,}01\cdot 4500=60-45=15$;

В: $4(2\cdot 2+2\cdot 4+1)-0{,}01\cdot 4400=52-44=8$;

Г: $4(2\cdot 2+2\cdot 3+4)-0{,}01\cdot 4200=56-42=14$.

Итак, самый высокий рейтинг имеет модель Б, он равен 15.

Ответ: Б. Б

Комментарий:

С этой задачей справились 72% участников. Задача довольно простая. Дана формула с четырьмя переменными и варианты их значений. Необходимо поочередно подставить данные в формулу и найти ее наибольшее значение. Вычислений довольно много и ошибиться здесь очень просто, поэтому необходимо быть предельно внимательным и желательно перепроверить все вычисления.

Разбор тестовых заданий 1-5

8 класс

<u>Задание № 1 (3 балла)</u>

В супермаркете проводится акция: за покупку товаров на сумму не меньшую 2000 руб., но не большую 3000 руб., покупатель платит на 10% меньше. При покупке товара на сумму большую 3000 руб. покупатель дополнительно получает скидку 15% на часть суммы, на которую покупка превышает 3000 рублей. Покупатель за имеющиеся у него деньги может приобрести без учёта скидки товара самое большее на 3300 руб. Сколько денег было у покупателя?

А. 2800 руб. Б. 2855 руб. В. 2900 руб. Г. 2955 руб.

Решение:

За приобретение товара стоимостью 3000 руб. покупатель платит $3000 \cdot 0,9 = 2700$ руб. За приобретение товара на сумму $3300 - 3000 = 300$ руб. покупатель платит ещё $300 \cdot 0,85 = 255$ руб. Следовательно, у покупателя было 2700 + 255 = 2955 руб.

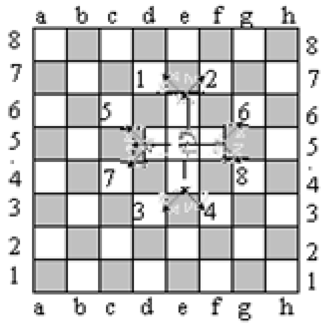
Ответ: Г. 2955 руб.

Комментарий:

Первая задача оказалась самой простой. Ее смогли решить 92% участников. Здесь требовалось правильно посчитать все скидки, которые получил покупатель и найти его первоначальное количество денег. Расчеты не сложные, поэтому большинство участников олимпиады с ними справились.

<u>Задание № 2 (3 балла)</u>

Сколько существует клеток шахматной доски, в которые можно попасть из одной угловой клетки за четыре хода шахматного коня (он ходит буквой Г, см. рис.), но за меньшее количество ходов попасть нельзя?



А. 17 Б. 21 В. 25 Г. 35

Решение:

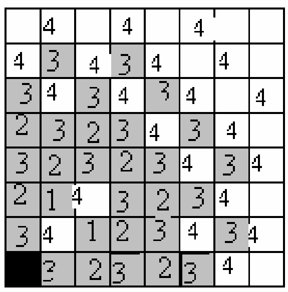


Рис. 1

На рис. 1 серым цветом закрашены клетки, в которые можно попасть из закрашенной чёрной клетки за 1 или 2, или 3 хода (на них проставлены соответственно числа 1, или 2, или 3) и это количество ходов наименьшее, за которое можно попасть в клетку. А цифрой 4 отмечены клетки, в которые можно попасть за четыре хода, но за меньшее количество ходов попасть нельзя. Всего 21 клетка.

Ответ: Б. 21

Комментарий:

В этой задаче 72% участников указали верный вариант ответа. Задача решается перебором и при решении необходимо быть предельно внимательным, чтобы не упустить ни одного варианта.

<u>Задание № 3 (3 балла)</u>

Два пассажира, имея секундомеры, решили определить скорость поезда: один по стуку колёс на стыках рельсов (известно, что длина рельса 10 м), а другой — по числу телеграфных столбов, мелькавших в окне, зная, что расстояние между столбами равно 50 м. Первый пассажир при первом стуке колёс пустил в ход секундомер и на 156 стуке его остановил. Оказалось, что прошло три минуты. Второй пассажир пустил в ход свой секундомер при появлении в окне первого столба и остановил секундомер при появлении 32 столба. Его наблюдения тоже длились три минуты. Первый пассажир рассчитал, что скорость поезда 31,2 км/ч, второй — 32 км/ч. Какова истинная скорость поезда?

А. 31 км/ч Б. 31,2 км/ч В. 31,5 км/ч Г. 32 км/ч

Решение:

Ошиблись оба. Между первым и 156 стуками колёс поезд проехал $155 \cdot 10 = 1550$ м, скорость поезда равна 1550 м : 3 мин. = 1550 м : 0,05 ч = 31 км/ч.

Аналогично, между первым и 32 столбами поезд проехал $31 \cdot 50 = 1550$ м, скорость поезда равна 1550 м : 3 мин. = 1550 м : 0,05 ч = 31 км/ч.

Ответ: А. 31 км/ч

Комментарий:

С этой задаче справились 69% участников. Скорость поезда здесь можно было найти двумя способами, как сделано в авторском решении. Для нахождения ответа, достаточно было применить хотя бы один из них. Но для проверки ответа, желательно посчитать и вторым способом. Алгоритм нахождения ответа в них одинаковый, поэтому проделав это с первым, второй способ не должен вызывать никаких трудностей.

<u>Задание № 4 (3 балла)</u>

В школьной математической олимпиаде приняли участие 3 девочки из разных классов — Даша, Маша и Нина— и 3 мальчика — Боря, Коля и Саша по одному из тех же классов, что и девочки. Боря решил 5 задач, Коля — 3, Саша — 2. Даша решила вдвое больше задач, чем ее одноклассник, Маша — втрое больше своего одноклассника, а Нина — вчетверо. Всего было решено 39 задач. Кто из девочек — одноклассница Коли?

А. Даша Б. Маша В. Нина Г. Определить невозможно

Решение:

Обозначим количество задач, решённых одноклассниками Даши, Маши и Нины, соответственно через $x_д$, $x_м$, $x_н$. Тогда Даша вместе с одноклассником решили $3x_д$ задач, Маша и ее одноклассник — $4x_м$ задач, Нина и одноклассник $5x_н$ задач. Из условия следует равенство $3x_д + 4x_м + 5x_н = 39$. Так как $x_д + x_м + x_н = 10$, то $x_м + 2x_н = 9$. Из пар чисел, составленных из чисел 2, 3, 5, полученному уравнению удовлетворяет только пара (2, 5), то есть $x_м = 5$, $x_н = 2$. А $x_д = 3$. Следовательно, одноклассница Коли — Даша.

Ответ: А. Даша

Комментарий:

Задача довольно простая, и решается она перебором. Вариантов для перебора здесь не много, поэтому и правильный ответ в этой задаче смогли найти 87% участников.

<u>Задание № 5 (3 балла)</u>

В классе мальчики составляли треть. После того, как в начале учебного года в классе появилось 5 новых учащихся, доля мальчиков уменьшилась. Какое наименьшее количество девочек могло быть среди новых учащихся?

А. 5 Б. 4 В. 3 Г. 2

Решение:

Обозначим количество учащихся в классе через x. Пусть среди 5 новичков было m мальчиков. Доля мальчиков среди учеников класса составила $\frac{\frac{1}{3}x+m}{x+5}$. По условию, она меньше $\frac{1}{3}$. Таким образом, $\frac{1}{3}x+m<\frac{1}{3}(x+5)$ или $3m<5$, то есть $m\le 1$, так как m — целое. Наименьшее количество девочек среди новичков будет при наибольшем количестве мальчиков среди них. Следовательно, среди новичков был 1 мальчик и 4 девочки.

Ответ: Б. 4

Комментарий:

Эта задача оказалась на удивление сложной для участников. Правильный ответ смогли указать только 30% из них. На самом деле, рассуждения можно построить и следующим образом. Поскольку доля мальчиков уменьшилась, то среди новых учеников эта доля должна быть меньше одной трети, а значит мальчиков среди этих пяти учеников может быть не более чем $\frac{5}{3}$, то есть не более одного. Соответственно, и девочек не менее четырех. Так же можно было рассмотреть задачу на примере, задав изначальное количество учеников. В данном случае, ответ от этого не зависит.

Разбор тестовых заданий 1-5

9 класс

Задание № 1 (3 балла)

В супермаркете проводится акция: за покупку товаров на сумму не меньшую 2000 руб., но не большую 3000 руб., покупатель платит на 10% меньше, а при покупке товара на сумму, большую 3000 руб. — на 15% меньше. На какую наибольшую сумму может приобрести товара покупатель, если у него 2524 руб. 50 коп.?

А. На 3024 руб. Б. На 2970 руб. В. На 2805 руб. Г. На 2790 руб.

Решение:

Из условия следует, что для получения скидки в 15% процентов нужно иметь, на основании правила нахождения числа по его проценту, более $3000 \cdot 0{,}85 = 2550$ рублей. Таким образом, покупатель за имеющиеся у него деньги не может воспользоваться снижением стоимости товара на 15%.

На все свои деньги с учетом скидки в 10% покупатель может приобрести товара на сумму $2524{,}5 : 0{,}9 = 2805$. Следовательно, за имеющиеся у него деньги покупатель может приобрести товара самое большее на 2805 руб.

Ответ: В. На 2805 руб.

Комментарий:

Первую задачу смогли решить 79% участников. Здесь требовалось правильно посчитать все скидки, которые может получить покупатель и найти сумму, на которую он может приобрести товара с учетом этих скидок. Расчеты не сложные, поэтому большинство участников олимпиады с ними справились.

Задание № 2 (3 балла)

Сколько существует клеток шахматной доски, в которые можно попасть из одной угловой клетки за пять ходов шахматного коня (он ходит буквой Г, см. рис.), но за меньшее количество ходов попасть нельзя?

А. 8 Б. 10 В. 11 Г. 16

Решение:

На рис. 1 серым цветом закрашены клетки, в которые можно попасть из закрашенной чёрной клетки за 1 ход или за 2, или за 3, или за 4 хода (на них проставлены соответственно числа 1, или 2, или 3, или 4) и это количество ходов наименьшее, за которое можно попасть в клетку. А цифрой 5 отмечены клетки, в которые можно попасть за пять ходов, но за меньшее количество ходов попасть нельзя. Всего 10 таких клеток.

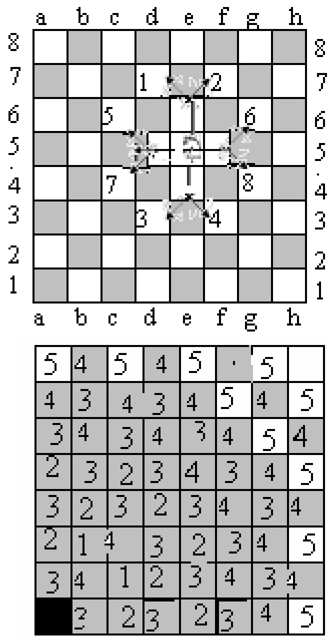


Рис.1

Ответ: Б. 10

Комментарий:

Задача решается перебором, и при решении необходимо быть предельно внимательным, чтобы не упустить ни одного варианта. Перебор здесь довольно объемный, поэтому справились с ним только 32% участников.

<u>Задание № 3 (3 балла)</u>

Женя и Валя живут в одном доме. На каждом из этажей во всех подъездах их дома расположено по 6 квартир. Женя живёт на пятом этаже в квартире № 171, а Валя — на девятом этаже в квартире № 265. Сколько этажей в их доме?

А. 12 Б. 11 В. 10 Г. 9

Решение:

Обозначим через n количество этажей в доме, m — количество подъездов от первого до подъезда, в котором живёт Женя, p — количество подъездов от первого до подъезда, в котором живёт Валя.

На первых 4-х этажах в каждом подъезде $4\cdot 6=24$ квартиры, а на первых 8-и — 48. Так как остатки от деления чисел 173 и 265 на 6 соответственно равны 3 и 1, то имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 171=6nm+24+3, \\ 265=6np+48+1. \end{cases}$$

Из этой системы получаем: $nm=24, np=36$. Общие делители чисел 24 и 36, то есть значения n: 2, 3, 4, 6, 12. Так как, по условию, Валя живёт на 9-м этаже, то $n\geq 9$, следовательно, $n=12$.

Ответ: А. 12

Комментарий:

Эту задачу смогли решить 71% участников. Можно было задачу решать перебором, воспользовавшись предложенными вариантами ответа. Например, пусть в доме 11 этажей, тогда в каждом подъезде $11\cdot 6=66$ квартир. Из этого получаем, что Женя живет в третьем подъезде, так как $132<171<198$. Номера квартир на пятом этаже третьего подъезда начинаются с $132+6\cdot 4+1=157$, заканчиваются на $156+6=162$, а Женя живет в 171 квартире. Противоречие. В качестве упражнения можете проверить остальные ответы самостоятельно.

Задание № 4 (3 балла)

Номера домов на каждой стороне улицы имеют одинаковую чётность, причём номера соседних домов отличаются на 2. Сумма номеров домов на одной стороне квартала равна 253. Сколько домов на этой стороне квартала, если на ней нет домов с номерами вида 35[а], 35[б] и т. п.?

А. 23 Б. 13 В. 11 Г. Определить нельзя

Решение:

Обозначим наименьший номер дома на рассматриваемой стороне квартала через n, а количество домов на ней через k. Тогда дома на этой стороне квартала имеют номера $n, n+2, \ldots, n+2(k-1)$. Их сумма равна $kn+2(1+\ldots+(k-1))=kn+k(k-1)=k(n+k-1)$. Следовательно, искомое количество домов является делителем числа 253, то есть k может принимать значения 1, 11, 23 и 253. Количество домов k не может равняться 1, поскольку в условии речь идёт о соседних домах.

Если $k=11$, то $11(n+11-1)=253$, $n=13$, то есть нумерация домов на рассматриваемой стороне в квартале начинается с 13, всего на этой стороне 11 домов.

Если $k=23$, то $23(n+23-1)=353$ и $n=-11$. Но номер дома не может быть отрицательным.

Если $k=253$, то $253(n+253-1)=253$, $n=-251$. Но номер дома не может быть отрицательным.

Следовательно, $k=11$, то есть домов 11.

Ответ: В. 11

Комментарий:

Эта задача оказалась одной из наиболее простых. Правильный ответ в ней указали 82% участников. Способов решения задачи здесь достаточно много. Можно было решить перебором, используя предложенные ответы. Понятно, что номера домов на этой стороне нечетные. Сумма 23 нечетных подряд идущих чисел может быть равна $529+23\cdot 2\cdot m=529+46\cdot m$, где m – натуральное число. Значит вариант А не подходит. Для 13 чисел это $169+13\cdot 2\cdot m=169+26\cdot m$. $253-169=84$, что не делится на 26, значит вариант Б тоже не подходит. Для 11 чисел $121+11\cdot 2\cdot m=121+22\cdot m$, это может равняться 253 при m = 6.

<u>Задание № 5 (3 балла)</u>

В танцевальном ансамбле 31 школьник. Известно, что 15 из них брюнеты или брюнетки, 10 девочек — блондинки, 6 мальчиков — шатены, девочек больше, чем мальчиков, но брюнеток меньше, чем брюнетов. Сколько в ансамбле брюнетов, если каждый мальчик — брюнет или шатен, а каждая девочка — брюнетка или блондинка?

А. 7 Б. 8 В. 9 Г. Ответ отличен от приведенных

Решение:

Обозначим количество брюнеток через *x*, а брюнетов — через *y*. Тогда количество девочек равно $x+10$, а количество мальчиков — $y+6$. Из условия следует справедливость соотношений: $x+y=15$, $x<y$, $x+10>y+6$. Из этих соотношений вытекает, что $x-y<0$, $x-y>-4$. Следовательно, или $x-y=-1$, или $x-y=-2$, или $x-y=-3$. Имеем системы линейных уравнений: $\begin{cases} x+y=15, \\ x-y=-1, \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=15, \\ x-y=-2, \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=15, \\ x-y=-3. \end{cases}$

Решение первой системы: *x* = 7, *y* = 8, вторая система не имеет решений во множестве натуральных чисел, решение третьей системы: *x* = 6, *y* = 9. Следовательно, в ансамбле или 8, или 9 брюнетов.

Ответ: Г. Ответ отличен от приведенных

Комментарий:

Чуть больше половины (54%) участников решили эту задачу. Решать подобные задачи часто помогает таблица:

	Мальчики	Девочки	**Всего**
Брюн.			**15**
Шат.	6	-	**6**
Блон.	-	10	**10**

Из того, что брюнеток меньше, чем брюнетов можно понять, что брюнеток не больше 7. А из того что девочек больше, чем мальчиков, можно понять, что брюнеток не меньше 6. Значит брюнетов либо 8, либо 9. Думаю, многие решали задачу подбором, в результате чего нашли один из возможных ответов и указали его, не подумав о том, что ответ может быть не единственный. Поскольку предложенные варианты ответа охватывали данный случай, стоило учесть такую возможность.

ЗНАНИКА

Электронная школа Знаника

znanika.ru