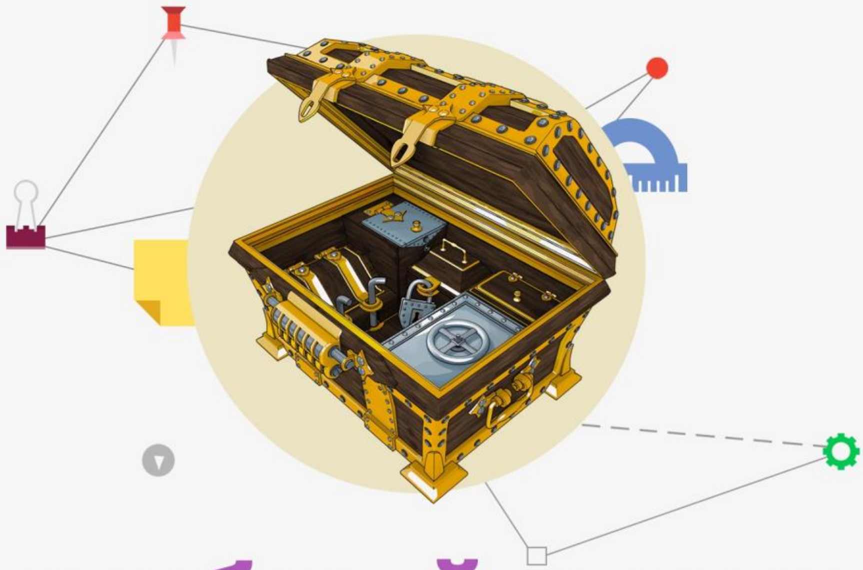


Волшебный сундучок

ВСЕРОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор задач тестовой части заданий. Задания 1 – 5.

4 класс

1	2	3	4	5
Б	Г	Б	Г	А, Б, В

Задача №1 (3 балла)

Кто из трёх учащихся А, Б, В является отличником, если среди них один отличник и среди А и Б один отличник, а другой — нет, и среди Б и В один отличник, а другой — нет?

А. А. Б. Б. В. В. Г. Невозможно определить.

Решение

Так как всего один отличник и учащийся Б в двух группах, где ровно один отличник, то он и является отличником.

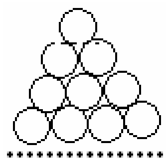
Ответ: Б. Б.

Комментарий

Первая задача оказалась самой простой. С ней справились 97% участников конкурса.

Задача №2 (3 балла)

Одинаковые монеты разложили в виде равностороннего треугольника, как показано на рисунке, так, что каждая сторона треугольника состоит из 20 монет. Сколько всего использовано монет?



А. 60. Б. 90. В. 105. Г. 210.

Решение

Искомое количество монет равно $1 + 2 + 3 + … + 20 = (1 + 20) + (2 + 19) + (3 + 18) + … + (10 + 11) = 21\cdot 10 = 210$.

Ответ: Г. 210.

Комментарий

С этой задачей справились 74% учеников. Остальные либо допустили ошибку в расчетах, либо выбрали ответ наугад. Есть одна простая формула, которая позволяет посчитать сумму чисел от 1 до N. Эта сумма равна N*(N+1)/2. Рекомендую ее запомнить. Она очень часто поможет сэкономить время и ограничить возможность ошибки в расчетах подобной суммы.

Задача №3 (3 балла)

С 1 по 12 сентября число жарких дней настолько превосходило число холодных, насколько число холодных дней превосходило число тёплых. Сколько холодных дней было в указанный период?

А. 3. Б. 4. В. 5. Г. Данных недостаточно.

Решение

Из условия следует, что удвоенное число холодных дней равно общему количеству жарких и тёплых дней. Из того, что дней всего 12, следует, что утроенное число холодных дней равно 12. Следовательно, было 4 холодных дня.

Ответ: Б. 4.

Комментарий

Это задание решили правильно 69% учеников. Многие посчитали, что данных недостаточно для решения. Хотя можно было просто попробовать построить пример для каждого варианта ответа. Если не допускать ошибок в вычислениях, то ответ нашелся бы без особого труда.

<u>Задача №4 (3 балла)</u>

На одной чаше весов лежат 12 одинаковых яблок, а на другой – 3 одинаковых арбуза. Если добавить один такой же арбуз к яблокам, то весы уравновесятся. Сколько яблок уравновесят один арбуз?

А. 3. Б. 4. В. 5. Г. 6.

Решение

После того, как весы уравновесятся, уберём по одному арбузу с каждой чашки весов. Окажется, что два арбуза уравновешивают 12 яблок. Следовательно, один арбуз уравновешивают 12:2 = 6 яблок.

Ответ: Г. 6.

Комментарий

Эту задачу смогли решить правильно 82% участников. Видимо остальные выбирали ответ наугад. Как видно из авторского решения, задача простая и не требовала никаких специальных знаний и навыков.

<u>Задача №5 (3 балла)</u>

Церковный колокол делает три удара за 4 секунды. За сколько секунд он сделает 9 ударов, если время между двумя последовательными ударами колокола одно и то же?

А. За 12 с. Б. За 15 с. В. За 16 с. Г. За 18 с.

Решение 1

Колокол делает 3 удара за 4 секунды. 9/3=3, следовательно, 9 ударов колокол сделает за 4*3=12 секунд.

Решение 2

Заметим, что если начать отчет времени с удара колокола, то при любом интервале времени между ударами от 4/3 до 2 секунд, за 4 секунды колокол сделает 3 удара. При повторении ударов через 4/3 секунды, от первого удара до девятого пройдет 8 раз по 4/3 секунды, то есть 8*4/3=32/3. При повторении ударов через 2 секунды, соответственно 8*2=16 секунд. Таким образом, любой ответ в промежутке от 32/3 до 16 секунд может оказаться верным.

Ответ: А. За 12 с; Б. За 15 с; В. За 16 с.

Комментарий

На самом деле в этой задаче ответ может быть любой от 32/3 до 16 секунд, так как в задаче не указано в какой момент между ударами колокола начался отчет времени. В связи с этим, ответы А, Б и В считались правильными. Поэтому и 93% учеников получили свои баллы за это задание.

5 класс

1	2	3	4	5
В	В	А	В	Г

<u>Задача №1 (3 балла)</u>

Братьям Пете, Ване, Вите и Серёже купили пакет с 40 конфетами. Ваня съел половину конфет, которые съел Петя, а Витя — половину тех конфет, которые Петя не съел. Серёже досталась десятая часть содержимого пакета. Сколько конфет досталось Вите?

А. 4. Б. 8. В. 12. Г. 16.

Решение

Из условия вытекает, что Ваня и Витя съели половину содержимого пакета, то есть 20 конфет. Значит, вторую половину — 20 конфет — съели Петя и Серёжа, но Серёжа съел десятую часть содержимого пакета, то есть 4 конфеты. Поэтому Петя съел 20 – 4 = 16 конфет. Не съел Петя 40 – 16 = 24 конфеты. Так как Витя съел половину тех конфет, которые Петя не съел, то он съел 24:2 = 12 конфет.

Если же вы уже умеете решать линейные уравнения, то решить данную задачу можно было с помощью них следующим образом:

Пусть Петя съел x конфет, тогда Ваня съел $x/2$ конфет, а Витя съел $(40-x)/2$. Сереже досталось $40/10=4$ конфеты. Получаем уравнение $x+x/2+(40-x)/2+4=40$. Раскрываем скобки и выражаем x. $x=16$. Значит Витя съел $(40-16)/2=12$ конфет.

Ответ: В. 12.

Комментарий

В первой задаче 76% учеников выбрали правильный ответ. В этой задаче важно было внимательно все посчитать и желательно обязательно проверить полученный ответ. При таком количестве вычислений, не трудно допустить ошибку в расчетах.

<u>Задача №2 (3 балла)</u>

Сколько в XXI столетии будет лет, в которые 1 января будет тем же днём недели, что и 31 декабря, если известно, что 2100 год не считается високосным, а 2000 год относится к XX столетию?

А. 74 года. Б. 75 лет. В. 76 лет. Г. 80 лет.

Решение

Так как в не високосном году 365 дней или 52 недели и 1 день, то в нём 1 января будет тем же днём недели, что и 31 декабря. В високосном году это не так. В XXI столетии 100 лет. Из них 24 високосных: 2004, 2008, …, 2096. Следовательно, искомое количество равно 100 – 24 = 76.

Ответ: В. 76 лет.

Комментарий

В этой задаче чуть больше половины учеников указали правильный ответ, а именно 54%. Остальные либо выбирали ответ наугад, либо допустили ошибку в расчетах. Сложно сказать где именно, так как приводить решение тут не требовалось.

Задача №3 (3 балла)

В волейбольном турнире каждая команда сыграла с каждой по одному матчу. Восьмая часть всех команд не одержала ни одной победы. Ничьих в волейболе не бывает. Сколько команд участвовало в этом турнире?

А. 8. Б. 16. В. 24. Г. Определить невозможно.

Решение

Не одержать ни одной победы в турнире может только одна команда, так как любые две команды играли между собой и ничьих в волейболе не бывает. Следовательно, в турнире участвовало 8 команд.

Ответ: А. 8.

Комментарий

Третью задачи смогли решить только 46% участников конкурса. Скорее всего, они просто не смогли понять, что в турнире, где не бывает ничьих и каждая команда сыграла с каждой, проиграть все игры может не более чем одна команда.

Задача №4 (3 балла)

На дне рождения у Пети нашлось трое гостей, которые вместе съели не менее 21 конфеты. Все присутствующие (гости и Петя) съели 60 конфет, причём не менее 5 каждый. Какое наибольшее количество гостей могло быть у Пети?

А. 11. Б. 10. В. 9. Г. 8.

Решение

Больше всего гостей могло быть, если некоторые трое съели ровно 21 конфету, например, по 7 каждый, а остальные гости и Петя — 60 – 21 = 39 конфет. Так как, по условию, каждый съел не менее 5 конфет, то 39 конфет могли съесть не более 7 человек. Следовательно, всего могло быть не более 7 + 3 = 10 человек, а гостей не более 9. Ровно 9 гостей могло быть, если, например, 4 человека (из указанных 7) съели по 6 конфет, а 3 человека — по 5: $6·4 + 5·3 = 39$.

Ответ: В. 9.

Комментарий

С этим заданием справились только 39% учеников. Судя по тому, что наиболее популярным среди неправильных ответов был вариант Б.10, ученики невнимательно читали условие. В условии спрашивалось «сколько гостей», а не «сколько всего человек» было на дне рождения.

Задача №5 (3 балла)

С 1 по 21 сентября число жарких дней на столько превосходило число холодных, на сколько число холодных дней превосходило число тёплых. Сколько жарких дней было в указанный период?

А. 3. Б. 4. В. 5. Г. Данных недостаточно.

Решение

Из условия следует, что удвоенное число холодных дней равно общему количеству жарких и тёплых дней. Из того, что дней всего 21, следует, что утроенное число холодных дней равно 21. Следовательно было 7 холодных дней, а жарких и тёплых вместе 14. При этом количество жарких дней может быть любым числом от 7 до 14.

Ответ: Г. Данных недостаточно.

Комментарий

Эту задачу решили 66% учеников. Что на самом деле очень странно. Ведь ни для одного из предложенных вариантов ответа нельзя построить пример, так как число жарких дней могло быть не меньше 7. Видимо, многие просто указали ответ наугад.

6 класс

1	2	3	4	5
Б	В	Г	В	Г

Задача №1 (3 балла)

У Пети было много солдатиков, но меньше 150. Сначала он их всех построил в каре (количество рядов равно количеству солдатиков в каждом ряду). Затем он их перестроил в несколько каре 4×4 и одно 5×5. Сколько солдатиков было у Пети?

А. 100. Б. 121. В. 125. Г. 144.

Решение

Обозначим через x количество каре 4×4. Так как в каре 4×4=16 солдатиков, а в каре 5×5=25 солдатиков, то общее количество солдатиков у Пети равно $16x + 25$. По условию, искомое значение этого выражения меньше 150 и, кроме того, является квадратом натурального числа. Составим таблицу значений этого выражения.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$16x + 25$	41	57	73	89	105	$121 = 11^2$	137	153

Из этой таблицы следует, что искомое количество солдатиков равно 121.

Ответ: Б. 121.

Комментарий

Первая задача оказалась наиболее простой. С ней справились 93% учеников. Задача решалась даже без составления уравнения. Достаточно было проверить какое из чисел 100-25=75, 121-25=96, 125-25=100 и 144-25=119 делится на 16.

Задача №2 (3 балла)

Расстояние от города *X* до города *Y* равно 450 км. Водитель проехал треть этого расстояния со скоростью 75 км/ч, пятую часть оставшейся дороги он проехал за час, а остаток дороги — со скоростью 80 км/ч. Если бы водитель ехал всю дорогу с постоянной скоростью, то какой должна была быть эта скорость, чтобы он мог приехать из города *X* в *Y* за то же время?

А. 65 км/ч. Б. 70 км/ч. В. 75 км/ч. Г. 80 км/ч.

Решение

Дорога из *X* в *Y* состояла из трёх участков: первый — $450 \cdot \frac{1}{3} = 150$ км, второй — $(450 - 150) \cdot \frac{1}{5} = 60$ км, и третий — 300 – 60 = 240 км. Водитель приехал в *Y* через 6 ч после выезда из *X*, так как первый участок он проехал за 150:75 = 2 ч, второй участок за 1 час (по условию), а остаток пути — за 240:80 = 3 ч. Чтобы проехать 450 км с постоянной скоростью за 6 часов, следует ехать со скоростью 450:6 = 75 км/ч.

Ответ: В. 75 км/ч.

Комментарий

Со вторым задание тоже справились почти все. 91% участников указали правильный вариант ответа. Последовательно посчитав все необходимые данные (как указано в решении) не сложно найти ответ. Неверно ответили, наверное, только те, кто выбирал ответ наугад.

<u>Задача №3 (3 балла)</u>

Аня, Таня, Витя и Митя прошли тестирование. Аня набрала больше всех баллов, а Таня меньше всех. Кто набрал больше баллов: мальчики или девочки?

А. Мальчики. Б. Девочки. В.Одинаково Г. Данных недостаточно для сравнения.

Решение

Данных недостаточно для сравнения, так как возможны все варианты. Они представлены в таблице.

	Аня	*Таня*	*Витя*	*Митя*	*Сравнение*
1.	20	10	19	18	20 + 10 < 19 + 18
2.	20	17	19	18	20 + 17 = 18 + 19
3.	20	13	16	15	20 = 13 > 16 + 15

Ответ: Г. Данных недостаточно для сравнения.

Комментарий

В этой задаче правильный ответ выбрали 82% учеников. Задача не требовала никаких особых навыков и знаний. Достаточно было попробовать построить пару примеров и понять, что данных для точного ответа недостаточно.

<u>Задача №4 (3 балла)</u>

Каждый мальчик на утреннике в детском саду подарил по шоколадке ровно трём девочкам. Каждая девочка получила по 4 шоколадки. Сколько мальчиков в группе, если всего в группе 14 детей?

А. 4. Б. 6. В. 8. Г. 12.

Решение

Обозначим через m количество мальчиков в группе, тогда девочек в группе — $14 – m$. Так как каждый мальчик подарил по шоколадке ровно трём девочкам, то количество шоколадок, полученных девочками, равно $3m$. Поскольку каждая девочка получила по 4 шоколадки, то количество шоколадок, полученных девочками, равно $4(14 – m)$. Имеем уравнение: $4(14 – m) = 3m$ или $7m = 56$, $m = 8$.

Следовательно, в группе 8 мальчиков.

Ответ: В. 8.

Комментарий

В этой задаче, как и в первой, можно было без особого труда перебрать предложенные ответы. Возможно именно поэтому ее и решили 84% участников конкурса.

<u>Задача №5 (3 балла)</u>

Купили на равные суммы денег конфеты «Белочка» ценой 20 зедов за килограмм и «Мишка на Севере» ценой 30 зедов за килограмм (зед — условная денежная единица). Купленные сладости перемешали. Во сколько обошлись 100 граммов полученной смеси?

А. 25 зедов. Б. . 24 зеда. В. 2,5 зеда. Г. 2,4 зеда.

Решение

Пусть купили *x* кг конфет «Мишка на Севере», их стоимость равна 30*x* зедов, на такую же сумму купили конфет «Белочка». Поэтому этих конфет купили 30*x*:20 = 1,5*x* кг. Следовательно, *x* + 1,5*x* = 2,5*x* кг купленных сладостей стоят 30*x* + 30*x* = 60*x* зедов. Отсюда следует, что 1 кг смеси обошёлся в 60*x*:2,5*x* = 24 зеда, а 100 г смеси — в 24:10 = 2,4 зеда.

Ответ: Г. 2,4 зеда.

Комментарий

Пятая задача оказалась сложной для большинства учеников. Ее смогли решить только 44% из них. В подобных задачах важно понимать, что ответ не будет зависеть от объема покупки тех или иных конфет. Главное, чтобы соблюдалось условие задачи. Для удобства решения, можно задать один из объемов. Например:

Пусть конфет «Белочка» было куплено 3 кг. Так как цена на них 20 зедов за кг, то на них было потрачено 20*3=60 зедов. Значит конфеты «Мишка на Севере» были куплены тоже на 60 зедов. То есть их было 2 кг. Таким образом, получаем смесь массой 2+3=5 кг, на которую было потрачено 60+60=120 зедов. Тогда 100г. (то есть 0,1 кг) такой смеси обошлась 120/50=2,4 зеда.

Рассмотрение частного случая довольно часто помогает представить картину целиком. Но важно понимать, как от частного случая перейти к общему.

7 класс

1	2	3	4	5
В	Б	Г	А	А

Задача №1 (3 балла)

На часах 8 ч 20 мин. Чему равен угол между часовой и минутной стрелками?

А. 110°. Б. 120°. В. 130°. Г. 140°.

Решение

Часовая стрелка за 1 час поворачивается на 360°: 12 = 30°, а за 1 минуту — на $30° : 60 = \frac{1}{2}^{\circ}$. Минутная стрелка за 1 час поворачивается на 360°, а за 1 минуту — на $360° : 60 = 6°$.

С 0 ч 0 мин до 8 ч 20 мин часовая стрелка повернётся на $30° \cdot 8 + 20 \cdot \frac{30°}{60} =$ $= 240° + 20 \cdot \frac{1}{2}^{\circ} = 250°$, а минутная сделала полных 8 оборотов и, кроме того, повернулась на угол, равный 6°·20 = 120°. Угол между стрелками равен 250° – 120° = 130°.

Ответ: В. 130°.

Комментарий

С первой задачей справились всего 32% учеников. Основная ошибка заключалась в том, что ученики считали угол между делениями на часах ровно 8 часов и ровно 20 минут. Но надо учитывать, что в 8:20 часовая стрелка указывает не на 8 часов, так как за 20 минут она повернется еще на 10°. В связи с этим самый распространенный ответ был Б.120°.

<u>Задача №2 (3 балла)</u>

Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из городов А и В и встретились через час. Каждый из них, прибыв в пункт назначения, провел там 2 часа, после чего выехал в обратном направлении. Велосипедисты встретились вновь. Через сколько времени после первой встречи это произошло, если они ехали с постоянной скоростью?

А. Через 5 ч. Б. Через 4 ч. В. Через 3 ч. Г. Через 2 ч.

Решение

Если бы велосипедисты после прибытия в пункты назначения сразу выехали в обратном направлении и встретились, то до второй встречи после первой они бы проехали вместе удвоенное расстояние между А и В. Так как расстояние от А до В они вместе преодолели за 1 час, то до второй встречи после первой им понадобилось бы 2 часа. Из условия следует, что вторая встреча после первой произошла через 4 часа.

Ответ: Б. Через 4 ч.

Комментарий

С этим заданием справились почти две трети участников, а именно 63%. Многие выбрали вариант Г, видимо забыв, что велосипедисты 2 часа провели в пунктах А и В. Стоит внимательней читать условие и проверять полученные ответы.

<u>Задача №3 (3 балла)</u>

Маша живёт в километре от школы, а Витя на расстоянии трёх километров. Какое значение, приведенное в ответах, наверняка правильно указывает расстояние между домами Маши и Вити?

А. 2 км. Б. 4 км. В. Не менее 3 км. Г. Не более 4 км.

Решение

Если бы дома Вити и Маши и школа были бы расположены на одной прямой, то искомое расстояние равнялось бы или 3 – 1 =2 км, если они расположены по одну сторону от школы, или 3 + 1 = 4 км, если они расположены по разные стороны от школы. В остальных случаях оно или находится между 2 км и 4 км, так как, по свойствам расстояний, кратчайшее расстояние между двумя точками — это длина отрезка прямой, соединяющего эти точки.

Следовательно, из предложенных ответов правильный ответ **Г.** Не более 4 км.

Ответ: Г. Не более 4 км.

Комментарий

С третьей задачей справились 68% участников. Задача на логическое мышление. Здесь необходимо понять, в каких случаях тот или иной ответ может оказаться неверным.

<u>Задача №4 (3 балла)</u>

Круглый торт разрезали с помощью трёх прямолинейных разрезов так, что на каждом куске оказалась ровно одна розочка. Сколько из чисел, больших 3 и меньших 11, могло быть количеством розочек на торте?

А. 4. Б. 5. В. 6. Г. 7.

Решение

Торт тремя прямолинейными разрезами можно разрезать на 4, 5, 6, 7 частей (см.

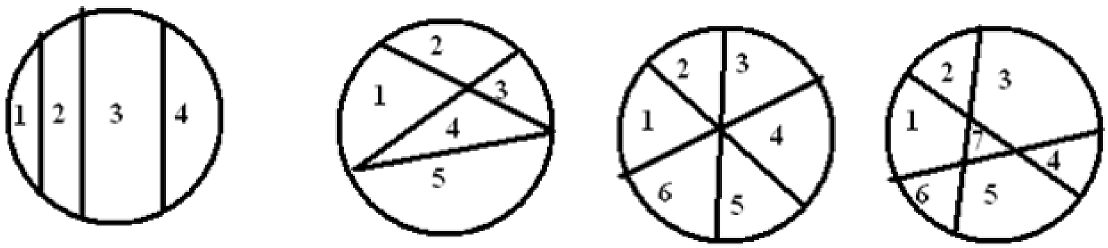


рисунок).

Так как первый прямолинейный разрез делит торт на две части, а каждый следующий увеличивает количество частей, то 3 розочки не может быть на торте. Не может быть и больше 7, поскольку наибольшее количество частей, на которые три прямые разбивают плоскость, равно 7. Действительно, две прямые разбивают плоскость самое большее на 4 части, а каждая третья прямая, пересекающая две данные прямые, может разбить на 2 части самое большее 3 из четырёх частей.

Ответ: А. 4.

Комментарий

Данная задача вызвала большие трудности у участников, связанные с пониманием условия. Вопрос «Сколько из чисел, больших 3 и меньших 11, могло быть количеством розочек на торте» большинство восприняло как «Какое из чисел, больших 3 и меньших 11, могло быть количеством розочек на торте». Важно понимать принципиальную разницу между такими постановками вопроса. В отличие от второго варианта вопроса, в первом вопросе спрашивается количество всевозможных вариантов ответа на второй вопрос. Правильный вариант ответа в этой задаче указали только 17% участников конкурса.

<u>Задача №5 (3 балла)</u>

В двух кучках по 100 камушков. На первом шаге перекладываем 5 камушков из первой кучки во вторую. На втором шаге перекладываем 6 камушков из второй кучки в первую. Затем снова перекладываем 5 камушков из первой кучки во вторую, потом перекладываем 6 камушков из второй кучки в первую. И так далее. Через сколько шагов обе кучки снова будут содержать по 100 камушков?

А. Через 11. Б. Через 10. В. Через 9. Г. Через 8.

Решение

В следующей таблице представлено изменение количества камушков в двух кучках.

I	100	95	101	96	102	97	103	98	104	99	105	100
II	100	105	99	104	98	103	97	102	96	101	95	100

Таким образом, через 11 шагов обе кучки снова будут содержать по 100 камушков.

Ответ: А. 11.

Комментарий

С этим заданием справились 75% учеников. Задача довольно простая. Нужно было всего лишь реализовать описанный алгоритм и через некоторое количество операций получить ответ. К сожалению, некоторые ученики рассматривали описанные в условии шаги попарно -5 и +6 и посчитали, что не будет такого момента, что обе кучки содержат по 100 камушков.

8 класс

1	2	3	4	5
А	Г	Б	А	А

Задача №1 (3 балла)

В классе 25 учащихся. Из них 19 занимаются спортом, 20 — изучают дополнительно иностранный язык, 22 — осваивают компьютер, 23 — увлекаются музыкой. Каково наименьшее количество учащихся класса, у которых все четыре перечисленных увлечения?

А. 9. Б. 8. В. 7. Г. 6.

Решение

Из условия вытекает, что 25 – 19 = 6 учащихся не занимаются спортом, 25 – 20 = 5 учащихся не изучают дополнительно иностранный язык, 25 – 22 = 3 учащихся не осваивают компьютер, 25 – 23 = 2 учащихся не увлекаются музыкой. Таким образом, не более 6 + 5 + 3 + 2 = 16 учащихся не имеют хотя бы одного из перечисленных увлечений. Следовательно, по крайней мере, 25 – 16 = 9 учащихся имеют все четыре перечисленных увлечения. Наименьшее количество таких учащихся равно 9. Это происходит в случае, если у всех указанных 16 учащихся отсутствует ровно по одному из перечисленных увлечений.

Ответ: А. 9.

Комментарий

С первым заданием справились 79% участников. Имея в такой задаче варианты ответа, можно попробовать построить пример для каждого из них. Начинать лучше с наименьшего варианта, так как в задаче необходимо найти наименьший из возможных ответов. Также в решении подобной задачи может помочь составление уравнения:

Обозначим за x – количество учащихся, у которых все четыре увлечения. Тогда можно составить уравнение 19+20+22+23-4*x≤(25-x)*3. В левой части посчитано суммарное количество увлечений тех учащихся, которые имеют менее четырех увлечений. В правой части их максимально возможное количество увлечений (если у каждого по три). Из этого уравнения получаем 9≤x.

Задача №2 (3 балла)

Между 4 и 5 часами дня минутная стрелка на часах была ровно на два минутных деления впереди часовой стрелки. Какое время показывали часы?

А. 16 ч 20 мин. Б. 16 ч 22 мин. В. 16 ч 23 мин. Г. 16 ч 24 мин.

Решение

Понятно, что между 4 и 5 часами дня часы показывали 16 часов с минутами. Обозначим через n количество делений, которое успела пройти минутная стрелка после 16 часов. Часовая стрелка двигается в 12 раз медленнее минутной, следовательно, она за это же самое время прошла $\frac{n}{12}$ делений. Поскольку от начала часа минутная стрелка прошла на 22 деления больше, чем часовая (в начале часа она отставала на 20 делений, а в конце уже была на 2 деления впереди), то получаем уравнение $n = \frac{n}{12} + 22$, или $11n = 12\cdot 22$. Следовательно, $n = 24$, искомое время равно 16 часов 24 мин.

Ответ: Г. 16 часов 24 мин.

Комментарий

С данной задачей справились менее половины учеников, только 41%. Что довольно странно, учитывая, что решение задачи заключается в составлении линейного уравнения с одной неизвестной. Более того, можно было просто посмотреть, сколько делений между стрелками часов в каждом из предложенных вариантов ответа. А учитывая тот факт, что часовая стрелка проходит одно деление за 12 минут, варианты ответа А, Б и В сразу отпадают, так как в них часовая стрелка не будет точно указывать на деление, а минутная будет, а значит и разница будет не целой и не может составить ровно 2 деления.

<u>Задача №3 (3 балла)</u>

Имеется тысяча билетов с номерами 000, 001, 002, …, 998, 999 и сто ящиков с номерами 00, 01, 02, …, 98, 99. Билет разрешается опускать в ящик, если номер ящика получается зачёркиванием одной цифры в записи номера билета. Какое наибольшее количество билетов может оказаться в одном ящике после некоторого раскладывания всех билетов по указанному правилу?

А. 30. Б. 28. В. 21. Г. 10.

Решение

Покажем, что наибольшее количество всех трёхзначных номеров билетов, содержащих в записи номера билета две данные цифры в указанном порядке, равно 28.

Пусть $\overline{ab}$ — номер ящика. Запишем номера билетов, которые могут быть опущены в этот ящик:

$$\overline{0ab},\ \overline{1ab},\ \ldots,\ \overline{9ab}; \qquad \overline{a0b},\ \overline{a1b},\ \ldots,\ \overline{a9b}; \qquad \overline{ab0},\ \overline{ab1},\ \ldots,\ \overline{ab9}.$$

Всего тридцать, но если *a* и *b* — различные цифры, то среди них ровно две пары записаны дважды: $\overline{aab}, \overline{abb}$, различных номеров 28.

А если *a* и *b* — одинаковые цифры, то число $\overline{aaa}$ записано трижды, различных номеров 28.

Следовательно, искомое количество равно 28.

Ответ: Б. 28.

Комментарий

Задача на комбинаторику. С ней справились 61% учеников. Самая распространенная ошибка была при выборе варианта А.30. Видимо ученики не учли, что при подсчете вариантов, некоторые встречаются по два раза.

<u>Задача №4 (3 балла)</u>

Собралось 10 друзей, среди которых самым младшим был Вова — любитель математики. Он нашёл отношение суммы возрастов всех остальных друзей к сумме возрастов всех собравшихся. Какое из чисел, приведенных в ответах, он не мог получить?

А. $\frac{9}{10}$. Б. $\frac{10}{11}$. В. $\frac{11}{12}$. Г. $\frac{12}{13}$.

Решение

Число $\frac{9}{10}$ он не мог получить, ибо тогда отношение его возраста к сумме возрастов всех собравшихся равнялось бы 0,1 и он не мог бы тогда быть самым младшим.

Все остальные значения, приведенные в ответах, он мог получить.

Например, если 8 друзьям по 11 лет, девятому 12 лет, а Вове 10 лет, то указанное отношение равно $\frac{11\cdot 8+12}{11\cdot 8+12+10}=\frac{100}{110}=\frac{10}{11}$.

Если 8 друзьям по 12 лет, девятому 14 лет, а Вове 10 лет, то указанное отношение равно $\frac{12\cdot 8+14}{12\cdot 8+14+10}=\frac{110}{120}=\frac{11}{12}$.

Если 8 друзьям по 13 лет, девятому 16 лет, а Вове 10 лет, то указанное отношение равно $\frac{13\cdot 8+16}{13\cdot 8+16+10}=\frac{120}{130}=\frac{12}{13}$.

Ответ: А. $\frac{9}{10}$.

Комментарий

Четвертое задание оказалось наиболее простым, с ним справились 86% участников. Решения заключалось в одном просто наблюдении. Если Вова самый младший, то указанное в условии отношение не могло равняться $\frac{9}{10}$.

<u>Задача №5 (3 балла)</u>

Два корабля после встречи двигались своими курсами прямолинейно с постоянными скоростями 15 км/ч и 20 км/ч. Какое из приведенных в ответах значений не может быть расстоянием между ними через 3 часа?

А. 10 км. Б. 15 км. В. 75 км. Г. 105 км.

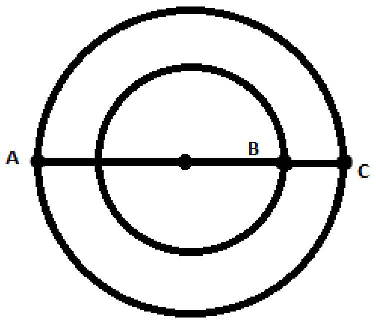
Решение

Если курсы кораблей противоположны, то расстояние между ними через 3 часа будет (15 + 20)·3 = 105 км. Если их курсы совпадают, то оно равно (20 – 15)·3 = 15 км. В остальных случаях это расстояние равно длине стороны треугольника, у которого две другие стороны равны 15·3 = 45 км и 20·3 = 60 км. Из неравенств треугольника следует, что искомое расстояние меньше 105 км и больше 15 км. Следовательно, оно не может равняться 10 км. Так как можно построить треугольник со сторонами 45, 60, 75, то 75 км могло быть указанным расстоянием.

Ответ: А. 10 км.

Комментарий

С этим заданием справились две трети участников.



При решении этой задачи очень помогает рисунок. Корабль, двигающийся со скоростью 20 км/ч, через 3 часа может оказаться на любой точке окружности с большим радиусов. Второй корабль через 3 часа может оказаться на любой точке окружности с меньшим радиусом. Из рисунка очевидно, что наибольшее расстояние между кораблями может быть AB, а наименьшее BC. Так как BC=20*3-15*3=15, ответ А.10 не может быть расстоянием через 3 часа.

9 класс

1	2	3	4	5
Г	А	В	Б	Б

Задача №1 (3 балла)

Петя ушёл в школу между восемью и девятью часами, когда стрелки его часов были совмещены. Из школы он возвратился между двумя и тремя часами дня, при этом стрелки его часов были направлены в прямо противоположные стороны. Сколько времени отсутствовал Петя дома?

А. 5 ч. Б. 5 ч 20 мин. В. 5 ч 40 мин. Г. 6 ч.

Решение

Пусть стрелки совмещены между восемью и девятью часами. Повернём часовую стрелку на 180° по часовой стрелке. Она будет показывать время между двумя и тремя часами дня, причём стрелки будут направлены в прямо противоположные стороны. Так как часовая стрелка за 1 час поворачивается на 360:12 = 30°, то на 180° она повернётся за 160:30 = 6 часов.

Так как за 1 час минутная стрелка возвращается в исходное положение, то через 6 часов она будет в том же положении, когда стрелки были совмещены.

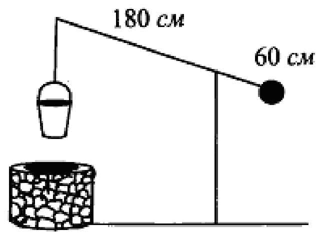
Ответ: Г. 6 ч.

Комментарий

С этой задачей справились 84% участников. В данной задаче важно понимать, что через час, часовая стрелка повернется на 30 градусов, а минутная будет на том же месте. Таким образом, через 180/30=6 часов, часовая стрелка повернется ровно на 180 градусов, в то время как часовая будет на том же месте, а часы как раз покажут время между двумя и тремя часами.

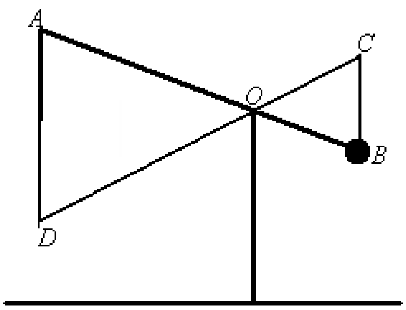
Задача №2 (3 балла)

На рисунке изображён колодец «Журавль». Короткое плечо имеет длину 60 см, а длинное — 180 см. На сколько сантиметров опустится ведро, если конец короткого плеча поднимется на 42 см?



А. На 126 см. Б. На 184 см. В. На 205 см. Г. На 226 см.

Решение



На рисунке схематично изображена описанная ситуация. В точке *A* подвешено ведро, *BC* = 42 см, *AO* = 180 см, *OB* = 60 см, отрезки *CB* и *AD* параллельны. Требуется найти *AD*.

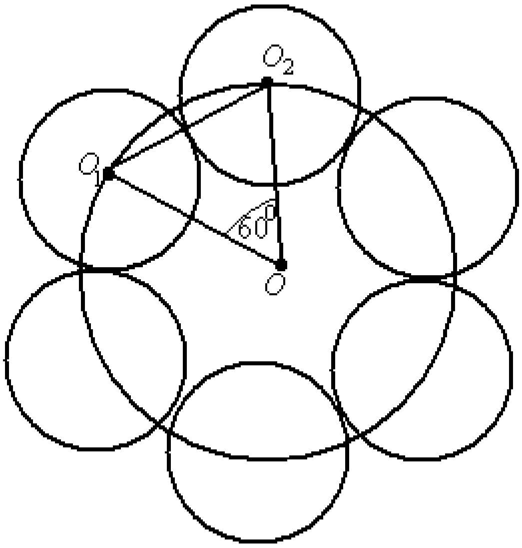
Треугольники *OBC* и *OAD* подобны по первому признаку подобия треугольников (равенству углов): $\angle AOD = \angle BOC$, как вертикальные, $\angle OAD = \angle OBC$, как накрест лежащие углы при параллельных прямых *CB* и *AD* и секущей *AB*. Из подобия вытекает пропорциональность сторон: $\frac{AD}{BC} = \frac{AO}{BO}, \frac{AD}{42} = \frac{180}{60}, AD = 126$ см.

Ответ: А. На 126 см.

Комментарий

Эта задача оказалась наиболее простой. С ней справились 91% участников. Действительно, нарисовав рисунок к задаче, сразу видны два подобных треугольника (они подобны по трем углам) с коэффициентом подобия 3. Из этого сразу же вытекает ответ.

Задача №3 (3 балла)



Центры шести одинаковых монет расположены на окружности радиуса 5 см так, что каждая монета касается двух соседних. Каков диаметр монеты?

А. 10 см. Б. 7,5 см. В. 5 см. Г. 2,5 см.

Решение

На рисунке изображено расположение монет. Из условия следует, что $\angle O_1OO_2 = 60^\circ$, $OO_1 = OO_2 = 5$ см. Так как окружности с центрами в точках O_1 и O_2 касаются, то точка касания принадлежит отрезку O_1O_2 и является его серединой. Следовательно, искомый диаметр равен 5 см.

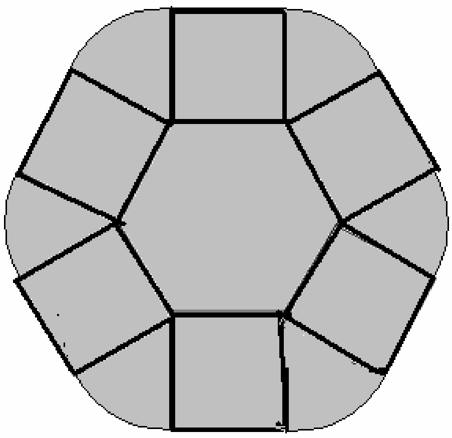
Ответ: В. 5 см.

Комментарий

С этой задачей справились 65% участников. Судя по тому, что большинство ответивших неправильно выбрали вариант Г. 2,5, они просто перепутали диаметр с радиусов. Надо внимательно читать условие и по возможности проверять свои ответы, чтобы не допускать подобных ошибок из-за невнимательности.

Задача №4 (3 балла)

Круг радиуса 4 см перемещается по столу так, что его центр обходит контур правильного шестиугольника со стороной 4 см. Найдите площадь части стола, образованной следом круга. Выберите из приведенных в ответах наиболее точное значение.



А. 147 см^2. Б. 188 см^2. В. 157 см^2. Г. 217 см^2.

Решение

Изобразим множество точек, являющихся объединением кругов радиусов 4 см с центрами в точках контура правильного шестиугольника со стороной 4 см (см. рис.). Полученная фигура состоит из этого шестиугольника, 6-и квадратов 4×4 и 6-и секторов радиуса 4 см и углом 60°. Её площадь равна $6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4 + 6 \cdot 16 + \pi \cdot 4^2 \approx 188$ см^2.

Ответ: Б. 188 см^2.

Комментарий

С этой задачей справились 66% участников. В подобных задачах очень важен правильный рисунок. После его построения, необходимо разбить полученную область на части, площади которых легко считаются. Далее решение не составит труда, конечно же, если вы знаете формулы нахождения площадей простых фигур.

Задача №5 (3 балла)

Средний возраст членов некоторой спортивной команды равен 24 годам. Когда вместо ушедшего ветерана, возраст которого 32 года, пришёл 20-летний игрок, средний возраст членов команды стал равняться 22 годам. Сколько человек в команде?

А. 5. Б. 6. В. 7. Г. 8.

Решение

Обозначим через n количество игроков в команде. Тогда $32 + s = 24 \cdot n$, где через s обозначена сумма возрастов членов команды, кроме ветерана. По условию, $20 + s = 22 \cdot n$. Вычитая левые и правые части этого уравнения из соответствующих частей предыдущего, получим: $2n = 12$, $n = 6$. В команде 6 человек.

Ответ: Б. 6.

Комментарий

Пятая задача оказалась из наиболее простых, с ней справились 89% учеников. В действительности она имеет множество способов решения. Один и простых способов заключается в том, что после замены ветерана молодым игроком суммарный возраст уменьшился на 12, а средний на 2. Поэтому количество членов команды равно 12/2=6.

ЗНАНИКА

Электронная школа Знаника

http://znanika.ru