Волшебный сундучок

Всероссийский математический конкурс

Разбор задач первой части заданий

4 класс

1	2	3	4	5
В	Б	В	Г	А

Задача №1

В кинотеатре два зала для просмотра кинофильмов. В одном из них в каждом ряду по 38 мест, в другом – по 24 места, причём количество рядов в обоих залах одинаково. В первом зале может быть мест больше, чем во втором, на …

А. 270. Б. 380. **В. 490.** Г. 600.

Решение

В каждом ряду первого зала на 38 – 24 = 14 мест больше, чем в каждом ряду второго. Так как количество рядов в обоих залах одинаково, то количество мест в первом зале больше количества мест во втором зале на число, равное произведению количества рядов на число 14, то есть делящееся на 14. Из чисел, приведенных в ответах, на 14 делится только 490.

Ответ: В. 490.

Комментарий

С этой задачей справились практически все ученики. Понять, как были получены редкие неправильные ответы достаточно сложно, скорее всего ответы были просто даны наугад.

Задача №2

У Вити было более 30, но менее 50 камешков. Когда он разложил их в кучки по 5 штук, то 1 камушек остался, а когда он разложил их в кучки по 3 штуки, то осталось 2 камушка. Сколько камешков было у Вити?

А. 46. **Б. 41.** В. 36. Г. 31.

Решение

Количество камешков у Вити при делении на 5 даёт в остатке 1. Так как количество камешков, по условию, более 30, но менее 50, то у Вити могло быть или 31, или 36, или 41, или 46 камешков. Так как количество камешков при делении на 3 даёт в остатке число 2, то из перечисленных чисел этому требованию удовлетворяет только число 41.

Ответ: Б. 41.

Комментарий

Это еще одна легкая задача. Деление с остатком усвоили все, неправильны ответов почти не было.

Задача №3

Трое фермеров с сыновьями привезли на рынок свою продукцию. Им выделено на рынке три места. Фермеры решили расположиться на этих местах парами, чтобы каждый фермер вёл торговлю на двух рыночных точках. Чтобы определить оптимальные места для торговли парами, каждые двое из фермеров определили совместные массы привезенных продуктов. Получили такие результаты: 360 кг, 400 кг, 440 кг. Какова общая масса привезенных продуктов?

А. 1200 кг. Б. 800 кг. **В. 600 кг.** Г. 400 кг.

Решение

Массы 360 кг, 400 кг, 440 кг являются суммами масс продуктов соответственно первого и второго, первого и третьего, второго и третьего фермеров. Среди этих масс масса продукции каждого фермера встречается дважды. Их сумма 360 + 400 + 440 = 1200 (кг) равна удвоенной общей массе привезенных продуктов. Поэтому общая масса привезенных продуктов равна 600 кг.

Ответ: В. 600 кг.

Комментарий

Большинство учеников с задачей справились, но не все. Ученики часто выбирали ошибочный вариант 1200 кг, который является суммой 360, 400 и 440 кг. Видимо они складывали все числа, а условие, что это не масса привезенных товаров каждого фермера, а совместные попарные массы, осталось незамеченным. Даже в таких простых задачах нужно внимательно читать условие.

Задача №4

Футбольной команде предстоит играть в четвертьфинальном матче за розыгрыш кубка своей страны. Если на каждом этапе (в четвертьфинале, полуфинале, финале) играется по одному матчу, то этой команде осталось в кубке страны сыграть …

А. Ровно три матча. Б. По крайней мере три матча.
В. Не менее трех матчей. **Г. Не более трёх матчей.**

Решение

Команде, которой предстоит играть в четвертьфинальном матче за розыгрыш кубка своей страны, возможно, придётся играть в полуфинале и в финале, то есть не больше трёх матчей.

Ответ: Г. Не более трёх матчей.

Комментарий

И опять большинство ответило правильно, хотя в работах нашлись все варианты ответов. Вероятно, это именно тот случай, когда возможность выбрать из предложенных вариантов ответов запутала участников, потому что в более сложной 3-й задаче из второй части этой олимпиады те же самые школьники выписывали правильный ответ, и путаницы с выбором «ровно», «не более», «не менее» и «по крайней мере» было намного меньше.

Школьники, выбравшие ответы б и в, не поняли, что это одно и то же, потому, что не нашлось тех, кто выбрал бы оба этих варианта одновременно.

Задача №5

Четырнадцать учеников из четырёх различных классов собрали гербарий из 20 растений. Ученики одного класса принесли по одинаковому числу растений, а из разных – по разному числу. Сколько учеников принесли по два растения, если каждый принёс хотя бы одно растение?

А. 1. Б. 2. В. 3. Г. Определить невозможно.

Решение

Если взять по одному ученику из каждого класса (их будет 4), то всего они принесли, по крайней мере, 10 растений (1 + 2 + 3 + 4 = 10). Следовательно, оставшиеся не более 10 растений принесли остальные 14 – 4 = 10 учеников. Так как каждый ученик принёс хотя бы одно растение, то осталось ровно 10 растений и каждый из 10 учеников принёс ровно по одному растению. Таким образом, два растения принёс один ученик.

Ответ: А. 1.

Комментарий

Задача оказалось сложной. Чаще всего школьниками выбирался вариант г). Скорее всего им самим просто не удалось определить количество, но это вовсе не обозначает, что однозначного ответа нет. Стоит отметить, что этот вариант был бы правильным только в том случае, если бы можно было придумать хотя бы 2 разных расклада, в которых школьники принесли бы по 2 растения. Например, если бы всего растений было 22, а не 20, то вариантов было бы 2 (10 по 1, 1 по 2, 2 по 3, 1 по 4) либо (9 по 1, 3 по 2, 1 по 3, 1 по 4).

5 класс

1	2	3	4	5
А	Г	А	Б	В

Задача №1

В кинотеатре, вмещающем 500 зрителей, трижды показали фильм, получивший приз на Каннском фестивале. Каждый раз зал был заполнен полностью. При этом 800 человек посмотрели фильм ровно по одному разу, 200 человек — ровно по два раза. Сколько человек посмотрели фильм три раза?

А. 100. Б. 200. В. 300. Г. 400.

Решение

В кинотеатре на трёх просмотрах фильма было занято 500·3 = 1500 мест. В их число входит 800 мест, которые заняли зрители, смотревшие фильм по одному разу. 200·2 = 400 мест занимали зрители, смотревшие фильм по два раза. Оставшиеся 1500 – (800 + 400) = 300 мест занимали зрители, смотревшие фильм по три раза. Количество этих зрителей равно 300:3 = 100.

Ответ: А. 100

Комментарий

С задачей справились почти все ученики. Лишь в некоторых работах встречался ответ В, видимо они просто забыли поделить 300 на 3.

Задача №2

За размещение рекламы нужно заплатить 4 зеда за каждую букву текста и 10 зедов за 1 см^2 площади для изображений. Сколько стоит реклама, в которой 200 букв и изображение занимает 10 дм^2 площади?

А. 10 000 зедов. Б. 10 200 зедов. В. 10 500 зедов. **Г. 10 800 зедов.**

Решение

Стоимость текста, состоящего из 200 букв, равна 4·200 = 800 зедов, стоимость 10 дм^2 площади изображения составляет 10 зедов/см^2·1000 см^2 = 10 000 зедов. Общая стоимость рекламы — 10800 зедов.

Ответ: Г. 10 800 зедов.

Комментарий

С этой задачей тоже справились почти все. В редких работах встречался вариант А, возможно школьники не внимательно читали условие и не учитывали стоимость букв, а исходили только из площади изображения.

Задача №3

Известно, что в школе есть класс, в котором не менее пяти отличников. Какое из приведенных утверждений наверняка истинно?

Решение

А. В одном из классов есть четыре отличника.

Б. В каждом классе есть хотя бы один отличник.

В. В одном из классов нет отличников.

Г. В каждом классе не более пяти отличников.

Решение

Утверждение **А** верно, так как в школе есть класс, в котором не менее пяти отличников. Утверждения **Б, В** и **Г** могут быть ложными при данном условии.

Ответ: А. В одном из классов есть четыре отличника.

Комментарий

Многие с задачей справились, но в работах встретились все неверные ответы. Видимо, не все школьники понимают значение выражения «не менее». В данном случае, в условии говорится, что есть класс, в котором не менее пяти отличников, это обозначает, что в этом класс число отличников 5 или больше, то есть 4 отличника в нем точно есть, поэтому и ответ А верный.

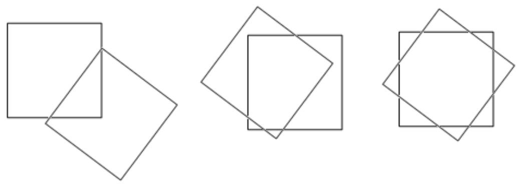
Задача №4

Каково может быть наибольшее количество точек пересечения сторон двух равных квадратов, если никакая вершина одного квадрата не лежит на стороне другого?

А. 10. **Б. 8.** В. 6. Г. 4.

Решение

Так как никакая вершина одного квадрата не лежит на стороне другого, то одна сторона одного квадрата может иметь со стороной другого квадрата не более одной общей точки и иметь общие точки не более чем с двумя сторонами другого квадрата. Таким образом, точек пересечения двух квадратов не может быть более восьми.



Ответ: Б. 8.

Комментарий

И опять задача оказалась легкой, с ней справилось большинство участников. Среди неправильных ответов встречались В и Г, скорее всего этим школьникам не удалось нарисовать картинку с 8-ю точками пересечения.

Задача №5

В меню кафе 2 вида салатов, 2 вида первых блюда, 4 вида вторых блюда и 3 вида напитков. Какое наибольшее количество дней можно выбирать различные обеды, состоящие из салата, первого блюда, второго блюда и напитка, если различными считать обеды, отличающиеся хотя бы одной своей составной частью?

А. 16 дней. Б. 24 дня. **В. 48 дней.** Г. 56 дней.

Решение

Салат на обед можно выбрать двумя способами. Для любого вида выбранного салата первое блюдо можно выбрать 2-мя способами, поэтому салат и первое блюдо можно выбрать $2\cdot2 = 4$ способами. Для любого из 4-х способов выбора салата и первого блюда второе блюдо можно выбрать 4-мя способами, поэтому салат, первое и второе блюда можно выбрать $4\cdot4 = 16$ способами. Для любого из этих 16 способов напиток можно выбрать 3-мя способами, поэтому обед, состоящий из салата, первого блюда, второго блюда и напитка, можно выбрать $16 \cdot 3 = 48$ способами. Итак, 48 дней можно выбирать различные обеды указанного состава. На 49-й день любой набор будет совпадать с каким-то набором, выбранным ранее.

Ответ: В. 48.

Комментарий

И снова большинство школьников молодцы, с задачей справились. В качестве более сложной задачи можно предложить им подумать, сколько будет вариантов обедов, если, например, можно отказаться от салата или супа?

6 класс

1	2	3	4	5
А	В	Б	А	В

Задача №1

По мнению экспертов, масса травы на лугу в некоторый день составляет примерно 64 т. Трава на всем лугу растет одинаково густо и быстро. Ежедневно все коровы съедают по одинаковому количеству травы. Известно, что 70 коров поели бы траву на лугу за 40 дней, а 50 коров – за 64 дня. Сколько примерно килограммов травы вырастает на этом лугу за один день?

А. 500 кг. Б. 510 кг. В. 540 кг. Г. 550 кг.

Решение

Обозначим массу травы, которая вырастает на лугу за 1 день, через x (кг). Масса травы, которую съедают 70 коров за 40 дней, равна (64 000 + 40x) (кг), за 1 день 1 корова съедает (64 000 + 40x): (40·70) (кг). Так как масса травы, которую съедают 50 коров за 64 дня, равна (64 000 + 64x) (кг), то за 1 день 1 корова съедает (64 000 + 64x): (64·50) (кг). Имеем уравнение

(64 000 + 40x): (40·70) = (64 000 + 64x): (64·50).

Для его решения умножим вначале обе части на 400. Получим:

(64 000 + 40x): 7 = (64 000 + 64x): 8.

Выполнив действия, будем иметь: $9142\frac{6}{7}+5\frac{5}{7}x=8000+8x$. Отсюда $2\frac{2}{7}x=1142\frac{6}{7}, x=500$.

Ответ: А. 500 кг.

Комментарий

С задачей справилось большинство учеников. Сложно понять, как были получены редкие неправильные ответы, скорее всего ответы были просто даны наугад.

Задача №2

В классе каждый ученик посещает хотя бы один из трёх факультативов. При этом факультатив по математике посещает 18 учащихся, по химии — 8, по физике — 10. Некоторые из учащихся посещают несколько факультативов. Двое посещают факультативы по математике и химии, шестеро — по математике и физике, а трое — по химии и физике. Один ученик посещает все три факультатива. Сколько учеников в классе?

А. 36 учеников. Б. 28 учеников. **В. 26 учеников.** Г. 25 учеников.

Решение

Если сложить количества учащихся, посещающих факультативы по математике, химии и физике, то получим 18 + 8 + 10 = 36, число, большее количества учеников в классе. Это произошло потому, что количества учеников, посещающих два факультатива, мы сложили дважды. Нужно это количество вычесть из полученной суммы. Два факультатива посещают 2 + 6 + 3 = 11 (учащихся). Если это число вычесть из 36, то получим 25, число, меньшее количества учащихся в классе. Это произошло потому, что количества учеников, посещающих три факультатива, мы трижды прибавили и трижды вычли, то есть ни разу не учли в выражении 18 + 8 + 10 – 2 – 6 – 3 = 25. К этому числу нужно прибавить число 1, количество учащихся, посещающих три факультатива: 25 + 1 = 26 (учеников).

Ответ: В. 26 учеников.

Комментарий

Эта задача вызвала затруднения у участников, с ней справились всего около трети. В ответах указывались все предложенные варианты. Ответ 36 можно было получить, просто сложив числа учеников, посещающих каждый факультатив (18 + 8 + 10), что делать с учениками, которые ходят на несколько кружков для некоторых участников было непонятно.

Кроме того, во многих работах указывался ответ 23, который не был предложен. Видимо он получался так:

«Посчитаем число школьников, которые ходят только на один факультатив.

На математику: 18 – 2 – 6 = 10.

На физику: 10 – 6 – 3 = 1.

На химию: 8 – 2 – 3 = 3.

Посчитаем число школьников, которые ходят ровно на 2 факультатива.

На математику и физику: 6 – 1 = 5.

На математику и химию: 2 – 1 = 1.

На физику и химию: 3 – 1 = 2.

На все 3 факультатива ходит 1 ученик. Если мы сложим все полученные числа, то получим общее число учеников: 10 + 1 + 3 + 5 + 1 + 2 + 1 = 23». Легко убедиться, что это решение не правильное. Например, по этому решению получается, что число школьников, посещающих химию: 3 (только ее) + 1 (математику и химию) + 2 (физику и химию) + 1 (все 3 факультатива) = 7, а по условию 8. Значит так считать нельзя.

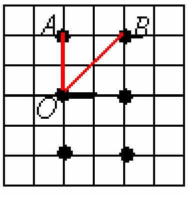
Задача №3

Робот начинает движение в некоторой точке, в начале движения он выбирает направление перемещения. Далее робот движется прямолинейно 10 м, затем поворачивает на 90° вправо или влево и движется прямолинейно 10 м, далее снова поворачивает на 90° вправо или влево и движется прямолинейно 10 м и т. д. Сколько различных расстояний может отдалять робот от начала пути, если робот остановится на месте 4-го поворота?

А. 2. **Б. 3.** В. 4. Г. 5.

Решение

Изобразим первое перемещение робота горизонтальным отрезком. Тогда дальнейшее движение робота будет проходить по сторонам квадратной сетки, изображённой на рисунке, со стороной 10 м. Точка O — начало движения.



Возможные варианты его расположения на месте 4-го поворота указаны на рисунке жирными точками. Возможные расстояния от начала движения до пункта после 4-го поворота могут равняться: ОА, ОВ и нулю. Всего их 3.

Ответ: Б. 3.

Комментарий

В этой задаче опять большой разброс разных ответов, все ответы встречались очень часто. Ошибиться было достаточно просто, если пытаться решить задачу в уме, но можно было легко перебрать все возможные маршруты робота. Если он остановился на месте 4-го поворота, значит он поворачивал ровно 3 раза, с каждым поворотом количество маршрутов увеличивалось в 2 раза, то есть всего было 8 маршрутов (2 * 2 * 2 = 8), некоторые из них приводили робота в одну и ту же точку. Поэтому достаточно было нарисовать на клетчатой бумаге эти 8 маршрутов и получить ответ.

Задача №4

Из одного и того же пункта вышли одновременно мужчина и юноша и пошли по одной дороге в одном направлении. Через 40 мин мужчина отстал от юноши на 2 км. Найдите скорость движения мужчины, если скорость движения юноши 6 км/ч.

А. 3 км/ч. Б. 4 км/ч. В. 9 км/ч. Г. Ответ отличен от приведённых.

Решение

Если скорость движения юноши равна 6 км/ч, то за 40 минут он прошел 6*40/60=4 км. По условию мужчина отстал на 2 км за 40 минут, значит, он за это время прошел 4-2=2 км. Таким образом, скорость мужчины составляет 2*60/40=3 км/ч.

Ответ: А. 3 км/ч.

Комментарий

Задача оказалась легкой. Неверных ответов крайне мало, поэтому не будем пытаться придумывать возможные неверные ответы школьников. Возможно они просто обсчитались или пытались угадать ответ.

Задача №5

Известно, что в школе есть класс, в котором нет отличников. Какое из приведенных утверждений наверняка ложно?

А. Хотя бы в одном из классов есть отличник.

Б. Ни в одном из классов нет отличников.

В. В каждом классе есть хотя бы один отличник.

Г. Ровно в одном классе есть отличники.

Решение

Утверждение А может быть как истинным, так и ложным. То же самое касается утверждений Б и Г. Утверждение В ложно, так как, по условию, в школе есть класс, в котором нет отличников.

Ответ: В. В каждом классе есть хотя бы один отличник.

Комментарий

И снова с задачей справились почти все. Из неправильных самым популярным был ответ Б, видимо школьникам сложно себе представить ситуацию, что в школе отличников нет совсем.

ЗНАНИКА