# ЗОЛОТОЙ КЛЮЧИК

ВСЕРОССИЙСКИЙ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
КОНКУРС

ЗНАНИКА

Электронная школа
www.znanika.ru

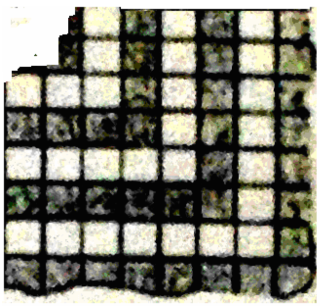
# *Разбор задач третьей части заданий*

## 4-5 класс

| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| А | В | А | В | Б |

**Задача №11**

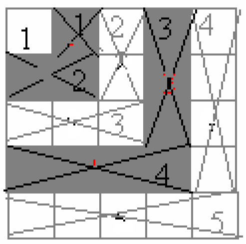
Дно детского квадратного бассейна выложено квадратными плитками, как показано на рисунке. Всего использовано 625 плиток. Светлых плиток понадобилось больше. На сколько?



А. На 25 Б. На 20 В. На 15 Г. На 10

**Решение:**

Так как 624 = 25·25, то бассейн имеет размеры 25×25 плиток. Так как по условию светлых плиток больше, чем тёмных, а количество плиток в каждом ряду нечётно, то левый дальний угол дна выложен светлой плиткой, все горизонтали и вертикали с нечётными номерами — светлыми плитками, а с чётными — тёмными.




Подсчитаем количество светлых плиток. Оно равно 1 + 2 + 3 + … + 25, а количество тёмных — 1 + 2 + 3 + … + 24 (см. рис.), разность между их количествами равна (1 + 2 + 3 + … + 25) – (1 + 2 + 3 + … + 24) = 25.

**Ответ. А. На 25.**

**Комментарий:**

С этой задачей справилось большинство участвовавших. Неправильный ответ тут, судя по всему, был, когда он выбирался наугад.

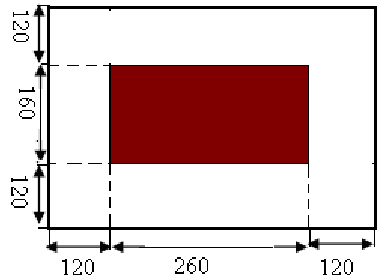
**Задача №12**

В комнате на полу лежит ковёр длиной 2 м 60 см и шириной 1 м 60 см так, что его края находятся на одинаковом расстоянии от стен, равном 1 м 20 см. Чему равна площадь комнаты?

А. 10 м2 Б. 16 м2 В. 20 м2 Г. 30 м2

**Решение:**

На рисунке изображён план расположения ковра на полу комнаты. Из него следует, что длина комнаты равна 1 м 20 см + 2 м 60 см + 1 м 20 см = 5 м, а ширина комнаты — 1 м 20 см + 1 м 60 см + 1 м 20 см = 4 м. Следовательно, площадь комнаты равна 5м·4 м = 20 м².




**Ответ. В. 20 м².**

**Комментарий:**

С этой задачей справилось большинство. Основные неверные варианты ответов: А и Б. Либо они выбирались наугад (пункт Г обычно не выбирался, возможно, потому что «как-то слишком много»), либо являлись результатом ошибки при перемножении чисел (это тоже объясняло бы то, что ответ Г выбирался редко).

<u>**Задача №13**</u>

Круглый торт, украшенный шоколадными цветочками, тремя прямолинейными разрезами, разделили на кусочки так, что на каждом из них оказалось ровно по два цветочка. Какое наибольшее количество цветочков могло быть на торте?

А. 14 Б. 16 В. 19 Г. 21

**Решение:**

Двумя прямолинейными разрезами круглый торт можно разделить не более, чем на четыре части. Ещё один разрез может увеличить количество частей не более, чем на три части. Поэтому наибольшее количество кусочков равно 7. Следовательно, наибольшее количество цветочков на торте могло равняться 14.

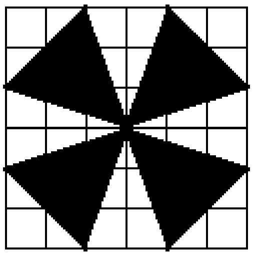
**Ответ. А. 14.**

**Комментарий:**

Эту задачу в основном все решили, потому что первая приходящая на ум картинка тут обычно правильная (если не считать случая, когда разрезы проходят через одну точку). Наиболее частый неверный вариант ответа – Г – вероятно выбирался потому, что в нем стоит наибольшее число из всех, а спросили тоже про что-то «наибольшее». Второй по популярности неверный ответ Б выбирался, скорее всего, из-за небольшой ошибки в вычислениях.

<u>**Задача №14**</u>

Какова площадь «пропеллера», изображённого на рисунке, если площадь одной клетки равна 10 см²?



А. 300 см2 Б. 200 см2 В. 160 см2 Г. 120 см2

**Решение:**

На рис. 1 площадь незакрашенной части квадрата, состоящей из 9 клеток, равна площади 5 клеток. Следовательно, площадь закрашенной части равна площади 4-х клеток. Поэтому площадь пропеллера равна $10 \cdot 4 \cdot 4 = 160$ см$^2$.

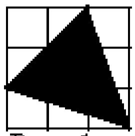


Рис. 1

**Ответ. В. 160 см$^2$.**

**Комментарий:**

С этой задачей справилось большинство. Наиболее частый неверный вариант ответа Б, вероятно, выбирался по причине неправильного перемножения чисел 10, 4 и 4.

<u>**Задача №15**</u>

Какое наибольшее количество различных квадратов можно сложить из 180 одинаковых спичек, если одну спичку нельзя использовать для построения двух квадратов, и все спички должны быть использованы?

А. 8 Б. 9 В. 10 Г. 11

**Решение:**

Из условия следует, что количество спичек, используемых для построения каждого квадрата, кратно 4. Поэтому задача сводится к нахождению наибольшего количества отрезков различной длины, которые можно построить из 180:4 = 45 спичек. Оно равно 9, так как $1 + 2 + \ldots + 9 = 45$, а сумма любых 10 различных натуральных чисел больше 55.

**Ответ. Б. 9.**

**Комментарий:**

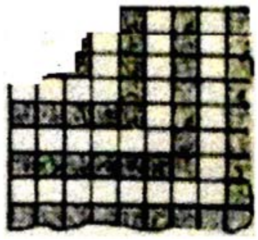
С этой задачей справилось большинство. Наиболее распространенные неверные варианты ответов В и Г выбирались, скорее всего, по уже выше упоминавшимся принципам «спрашивают про что-то наибольшее» и «вряд ли правильным сделают максимальный ответ» (см. комментарий к Задаче 5).

# 6-7 класс

| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| А | Г | В | В | В |

**Задача №11**

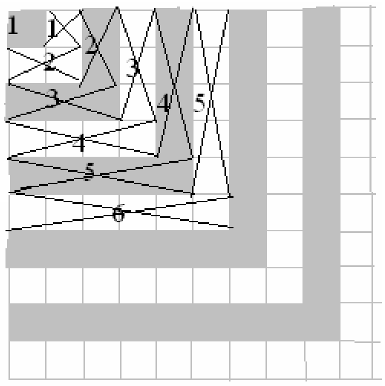
Дно квадратного бассейна выложено квадратными плитками, как показано на рисунке. Всего использовано 10 000 плиток. Светлых плиток понадобилось больше. На сколько?



А. На 100 Б. На 80 В. На 60 Г. На 40

**Решение:**

Так как 10 000 = 100·100, то бассейн имеет размеры 100×100 плиток. Так как по условию светлых плиток больше, чем тёмных, а количество плиток в каждом ряду чётно, то левый дальний угол дна выложен тёмной плиткой, все горизонтали и вертикали с чётными номерами — светлыми плитками, а с нечётными — тёмными.




Подсчитаем количество светлых плиток. Оно равно 1 + 2 + 3 + … + 100, а количество тёмных — 1 + 2 + 3 + … + 99 (см. рис.), разность между их количествами равна (1 + 2 + 3 + … + 100) – (1 + 2 + 3 + … + 99) = 100.

**Ответ. А. На 100.**

**Комментарий:**

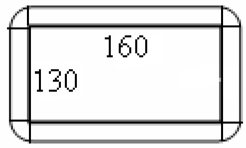
С этой задачей справилось большинство. Неверный ответ тут обычно ставился наугад.

**Задача №12**

Парк окружён прямоугольной оградой со смежными сторонами 160 м и 130 м. Снаружи парка, на одинаковом расстоянии от ограды, пролегает тропинка. Каждое утро спортсмен пробегает по тропинке вокруг парка 10 раз. На каком примерно расстоянии от ограды расположена тропинка для бега, если спортсмен пробегает примерно 6 км? Выберите наиболее точное значение.

А. 0,5 м Б. 1 м В. 2 м Г. 3 м

**Решение:**




На рисунке изображена тропинка вокруг парка. Её длина равна сумме периметра ограды парка и длины окружности неизвестного радиуса $r$ м. Следовательно, спортсмен каждое утро пробегает расстояние равное $10(2(130 + 160) + 2\pi r)$, что по условию примерно равно 6000 м. Имеем уравнение: $10(2(130 + 160) + 2\pi r) = 6000$ или $580 + 2\pi r = 600$, или $\pi r = 10$, отсюда $r = \dfrac{10}{\pi} \approx 3$ м.

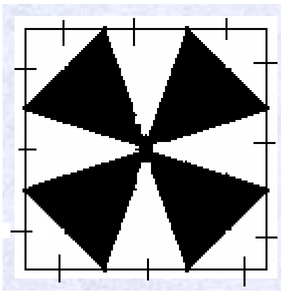
**Ответ. Г. 3 м.**

**Комментарий:**

С этой задачей справилось большинство. Неверный ответ тут обычно выбирался наугад.

<u>**Задача №13**</u>

Какую часть площади квадрата занимает фигура, закрашенная на рисунке?



А. $\dfrac{2}{3}$ Б. $\dfrac{5}{9}$ В. $\dfrac{4}{9}$ Г. $\dfrac{1}{3}$

**Решение:**

Разобьём квадрат на 36 равных квадратиков. Нетрудно убедиться, что площадь закрашенной фигуры равна площади 16 квадратиков (см. рис. 1). Следовательно, закрашенная фигура покрывает $\dfrac{16}{36} = \dfrac{4}{9}$ площади квадрата.

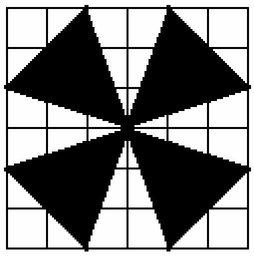


Рис. 1

**Ответ. В. $\dfrac{4}{9}$.**

**Комментарий:**

С этой задачей справились почти все. Неверный ответ тут выбирался только из-за ошибки в вычислениях.

**Задача №14**

Какое наибольшее количество неравных правильных треугольников можно сложить из 180 спичек, если одну спичку нельзя использовать для построения двух треугольников и все спички должны быть использованы?

А. 8 Б. 9 В. 10 Г. 11

**Решение:**

Из условия следует, что количество спичек, используемых для построения каждого треугольника, кратно 3. Поэтому задача сводится к нахождению наибольшего количества отрезков различной длины, которые можно построить из 180:3 = 60 спичек. Оно равно 10, так как, например, 1 + 2 + … + 9 + 15 = 60.

Более 10 треугольников построить нельзя, так как, если треугольников, например, 11 и $a_1$, $a_2$, …, $a_{11}$ — длины их сторон, причём $a_1 < a_2 < \ldots < a_{11}$, то $a_1 + a_2 + \ldots + a_{11} \le 60$, но $a_1 + a_2 + \ldots + a_{11} \ge 1 + 2 + \ldots + 11 = 66$. Получили противоречие.

**Ответ. В. 10.**

**Комментарий:**

С этой задачей справились почти все. Неверные ответы, похоже, выбирались наугад.

**Задача №15**

Участок пола, имеющий форму круга диаметром 1 м, нужно покрыть квадратными плитками размера 25 см×25 см. Какое наименьшее количество плиток потребуется для этого, если обрезки плиток не используются?

А. 8 Б. 12 В. 16 Г. 20

**Решение:**

Выберем в качестве единицы масштаба длину стороны плитки. Задача сводится к покрытию круга диаметром 4 единицы длины наименьшим количеством единичных квадратиков. На рис. 1 указано такое покрытие (сторона клетки равна единице длины). Таких квадратиков 16.

Если центр круга лежит внутри квадратика, то количество квадратиков, покрывающих круг, не меньше указанного. Это следует из того, что при сдвиге центра круга на рис. 1 по горизонтали или по вертикали количество квадратиков, имеющих с ним общую часть, не уменьшится.

**Ответ. В. 16.**

**Комментарий:**

С этой задачей в основном все справились. Неверный ответ тут обычно выбирался наугад.

# 8-9 класс

| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| Г | А | Б | В | Г |

**Задача №11**

Площадь прямоугольного листа фанеры размерами 50 см × 40 см уменьшили на 800 см2, отрезав полоски одинаковой ширины с двух смежных сторон. Какова ширина полоски?

А. 15 см Б. 14 см В. 12 см Г. 10 см

**Решение:**

Обозначим искомую ширину полоски через $x$ см. Так как площадь оставшейся части листа равна $50 \cdot 40 - 800 = 1200$ см², то имеем уравнение: $(50 - x)(40 - x) = 1200$ или $x^2 - 90x + 800 = 0$. его корни 10 и 80. Условию задачи удовлетворяет только первый корень. Следовательно, ширина полоски равна 10 см.

**Ответ. Г. 10 см.**

**Комментарии:**

С этой задачей справилось большинство участвовавших. Судя по предлагавшимся неверным ответам, они выбирались наугад.

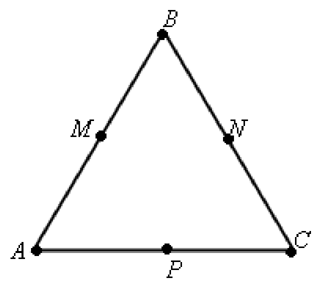
**Задача №12**

Клумба имеет форму равностороннего треугольника. Её периметр равен 6 м. Какое наибольшее количество роз можно на ней посадить так, чтобы расстояние между кустами было не менее 1 м?

А. 3 Б. 4 В. 6 Г. 7

**Решение:**

Изобразим клумбу равносторонним треугольником $ABC$, $M$, $N$, $P$ — середины его сторон. По условию, длины сторон треугольника $ABC$ равны 2 м. По построению, $AM = MB = BN = NC = CP = PA = 1$ м. По свойству средней линии треугольника, $MN = NP = PM = 1$ м.




Следовательно, если разместить 6 роз в вершинах треугольника и в серединах его сторон, то расстояние между ними будет равно 1 м. Так как расстояние от любой точки равностороннего треугольника, отличной от вершины, до любой его вершины меньше длины стороны треугольника, то седьмую розу нельзя посадить так, чтобы она удовлетворяла условиям задания.

То, что рассмотренный способ «рассадки роз» оптимальный, следует из того, что при любой «рассадке роз», удовлетворяющей условию, розы можно пересадить так, что сначала розы будут посажены в вершинах клумбы, а затем — в серединах её сторон.

**Ответ. А. 6.**

**Комментарии:**

С этой задачей справилось большинство. Неверные ответы тут, похоже, выставлялись наугад.

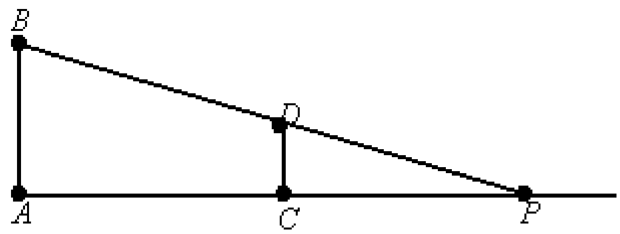
## Задача №13

Теннисный мяч подан с высоты 2 м 10 см и пролетел над самой сеткой, высота которой 90 см. На каком примерно расстоянии от сетки мяч ударится о землю, если он подан от черты, находящейся от сетки на расстоянии 12 м и летит практически прямолинейно?

А. 6 м Б. 9 м В. 10 м Г. 12 м

**Решение:**

На рисунке схематично изображено условие задачи. Длина отрезка *CD* равна высоте сетки, мяч подан из точки *B* и ударился о землю в точке *P*. Из условия следует, что $CD = 0{,}9$ м, $AB = 2{,}1$ м, $AC = 12$ м.




Обозначим через $x$ искомое расстояние, равное длине отрезка *CP*. Из подобия прямоугольных треугольников *ABP* и *CDP* следует равенство:

$\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{AP}{CP}$ или $\dfrac{2{,}1}{0{,}9} = \dfrac{12 + x}{x}$, или $1{,}2x = 0{,}9 \cdot 12$, $x = 9$.

Мяч ударится о землю примерно на расстоянии 9 м от сетки.

**Ответ. Б. 9 м.**

**Комментарии:**

С этой задачей справилось большинство участников. Неверный ответ, похоже, обычно выбирался наугад.

## Задача №14

В противоположных углах квадратной комнаты положили два одинаковых прямоугольных ковра, каждый из которых двумя своими сторонами примыкает к стенам. Площадь их общей части оказалась равной 35 м². Затем один из ковров развернули в своём углу на 90°. Площадь общей части стала равной 10 м². На сколько метров длина ковра больше его ширины?

А. На 3 м Б. На 4 м В. На 5 м Г. На 7 м

**Решение:**

Пусть $a$ — длина комнаты, а $m$ и $n$ — длина и ширина ковра. На рис. 1 и рис. 2 изображены возможные расположения ковров. Пусть на рис. 1 общая часть ковров имеет площадь 10 м$^2$, а на рис.2 — 35 м$^2$. Тогда справедливо равенство: $2mn - 10 + 2(a - m)(a - n) = 2mn - 35 + (a - m)^2 + (a - n)^2$ или $(a - m - a + n)^2 = 25$, $m - n = 5$. Нетрудно убедиться, что случай, когда на рис. 1 общая часть равна 35 м$^2$ невозможен.

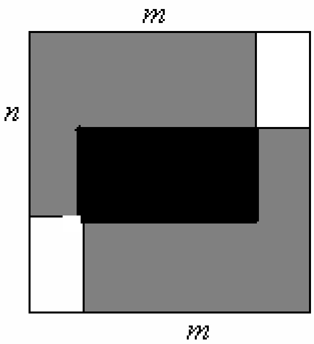


Рис. 1

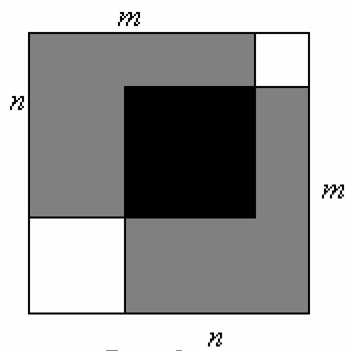


Рис. 2

**Ответ. В. На 5 м.**
**Комментарии:**

С этой задачей справилось большинство. Неверный ответ тут, похоже, давался обычно наугад.

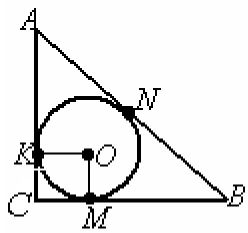
<u>**Задача №15**</u>

Металлическая пластина имеет форму треугольника со сторонами 3 см, 4 см и 5 см. Чему равен наибольший диаметр круглой шайбы, которую можно отштамповать из такой пластины?

А. 4 см Б. 3 см В. 2,5 см Г. 2 см

**Решение:**

Так как $3^2 + 4^2 = 5^2$, то пластина имеет форму прямоугольного треугольника. Круглая шайба наибольшего диаметра, которую можно отштамповать из пластины, имеющего форму прямоугольного треугольника, моделируется кругом, вписанным в прямоугольный треугольник, моделирующий пластину.




Докажем, что сумма катетов прямоугольного треугольника равна сумме диаметров, вписанной и описанной окружностей. Пусть точка $O$ является центром окружности, вписанной в прямоугольный треугольник $ABC$, $\angle C = 90°$, стороны этого треугольника касаются окружности в точках $K$, $M$, $N$ (см. рис.). Тогда, по свойству касательных, $AK = AN$, $CK = CM$, $BM = BN$. Легко доказать, что четырёхугольник $KCMO$ является квадратом (его противоположные стороны попарно параллельны, смежные стороны перпендикулярны и равны друг другу). Поэтому $AC + BC = AK + KC + CM + MB = AN + 2r + BN = 2r + AB$, где $r$ — радиус вписанной окружности. Но гипотенуза $AB$ является диаметром окружности, описанной около прямоугольного треугольника $ABC$. Утверждение доказано.

Из доказанного утверждения следует, что диаметр вписанной окружности равен разности суммы катетов и гипотенузы. Из условия следует, что сумма катетов равна 7 см, а гипотенуза — 5 см. Следовательно, искомый диаметр равен 7 см – 5 см = 2 см.

**Ответ. Г. 2 см.**
**Комментарии:**

С этой задачей справилась примерно половина участвовавших. Неверный ответ тут выбирался обычно наугад.

ЗНАНИКА

Электронная школа Знаника

http://znanika.ru