Золотой ключик

Всероссийский математический конкурс

Разбор задач третьей части заданий

1 4-5 класс

<u>Задача №11.</u>

Шестнадцать одинаковых снежинок нужно расклеить по четырём стенам комнаты так, чтобы на каждой стене была хотя бы одна снежинка, на всех стенах было разное число снежинок и суммы количеств снежинок на противоположных стенах были равны. Сколько существует различных вариантов выполнения этого задания, если различные варианты отличаются числом снежинок хотя бы на одной стене?

А. 32 Б. 24 В. 12 Г. 4.

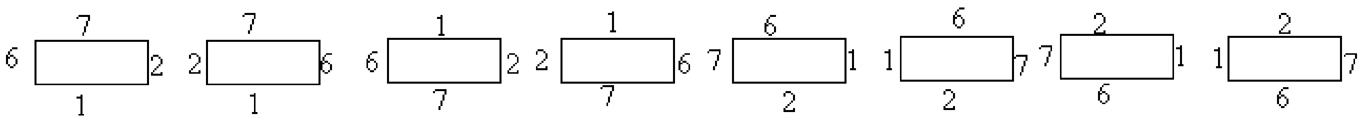
Решение:

Так как суммы чисел снежинок на противоположных стенах равны между собой и снежинок всего 16, то всего на двух противоположных стенах 8 снежинок.

Число 8 в виде суммы двух различных натуральных чисел можно представить тремя способами: 8 = 7 + 1, 8 = 6 + 2, 8 = 5 + 3. Число различных вариантов выбора двух пар чисел, суммы которых равны 8, равно трём:

1) (7,1), (6,2); 2) (7,1), (5,3); 3) (6,2), (5,3).

Каждому такому варианту соответствует восемь различных способов украшения стен комнаты:



Следовательно, всего существует 24 различных вариантов выполнения задания.

Ответ. Б. 24.

<u>Комментарий</u>

В данной задаче нет ничего сложного. С ней справилось достаточно много участников. Главное учесть все варианты и аккуратно их посчитать.

<u>Задача №12.</u>

Квадрат разрезали прямолинейно на две части. Потом одну из частей снова таким же образом разрезали на две части. Всего сделали 50 разрезов. Какое наибольшее число вершин могут иметь многоугольники, полученные в результате этих разрезаний?

А. 54 Б. 53 В. 29 Г. 4.

Решение:

Одним прямолинейным разрезом многоугольника можно увеличить количество вершин одной из его частей не более чем на 1 (см. рис. 1 и 2). Поэтому в результате 50 разрезаний из квадрата можно получить многоугольник с числом вершин, не превосходящим 4 + 50 = 54. А получить многоугольник с 54 вершинами

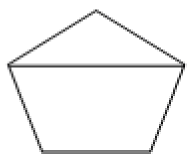


Рис. 1

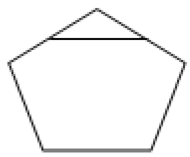


Рис.2

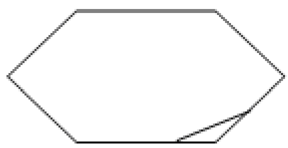


Рис. 3

легко: достаточно каждый раз отрезать треугольник, у которого только одна из вершин совпадает с вершиной многоугольника, а две стороны лежат на сторонах многоугольника (см. рис. 3).
Ответ. А. 54.

<u>Комментарий</u>

Большинство справилось с этой задачей. Было несколько участников, которые ответили «Г. 4.». Думаю, они сделали это, просто, не разобравшись с условием. Если условие содержит какие-то непонятные вам моменты, не надо отбрасывать задачу. Задайте свои вопросы, написав на почту, указанную на сайте. Вы обязательно получите необходимые вам ответы.

<u>Задача №13.</u>

Две школы соревновались в нескольких конкурсах. В каждом конкурсе за победу команде присуждали 3 очка, за ничью – 2 очка, за поражение – 1 очко. Сколькими из следующих результатов: 13:15, 19:5, 24:15, 26:18 могло закончиться соревнование между этими школами?

А. Одним Б. Двумя В. Тремя Г. Четырьмя

Решение:

В каждом конкурсе команды в сумме получали 4 очка. Поэтому сумма очков, полученных командами в соревновании, должна делиться на 4. Из приведенных ответов только один – 24:15 – не удовлетворяет этому требованию.

Нетрудно убедиться, что первый и четвёртый результаты осуществимы. Например,

13:15 ← 12:12 ← 10:10 ← 8:8 ← 6:6 ← 4:4 ← 2:2 ← 0:0;

26:18← 23:17← 20:16← 17:15← 14:14← 12:12 ← 10:10 ←8:8 ←6:6 ←4:4 ←2:2 ←0:0.

А вот результат 19:5 нельзя получить. Даже, если вторая команда все игры проиграла, первая за эти пять игр могла набрать только 15 очков. Итак, соревнование могло закончиться двумя из приведенных результатов.
Ответ. Б. Двумя.

<u>Комментарий</u>

Были работы, в которых участники допустили ошибку в этой задаче. Настоятельно рекомендую вам проверять свои ответы. Тем более что зачастую это совсем не требует много времени и усилий. Люди которые посчитали, что правильный ответ В или Г, не проверяли свои ответы. Иначе, не сумев построить примеры для некоторых результатов, они бы задумались о том, почему это не получается. Думаю, они смогли бы найти верное решение. И те, кто ответил «А», похоже, тоже не пытались построить примеры для предложенных результатов. Так как с этим не должно возникать никаких трудностей.

<u>Задача №14.</u>

У Пети 8 больших конвертов, в некоторых из них по 8 меньших конвертов, а в некоторых из меньших – по 8 совсем маленьких конвертов. Всего у него 80 конвертов. В скольких из них лежат другие конверты?

А. 7 Б. 8 В. 9 Г. 10

Решение 1:

Пусть в p больших конвертах находится по 8 меньших конвертов, то есть всего 8p таких конвертов. В части из них, обозначим их число через q, находится по 8 маленьких конвертов, таких конвертов 8q. Всего у Пети 8 + 8p + 8q конвертов. По условию, 8 + 8p + 8q = 80, или 1 + p + q = 10. Тогда p + q, то есть число конвертов, в которых лежат другие конверты, равно 9.

Ответ. В. 9.

Решение 2:

Можно сделать проще. У Пети всего 80 конвертов. Из них 8 больших. Все остальные 72 конверта лежат внутри других конвертов. Раз конверты лежащие в других конвертах упакованы по 8 штук, то конвертов с меньшими конвертами внутри 72:8=9.

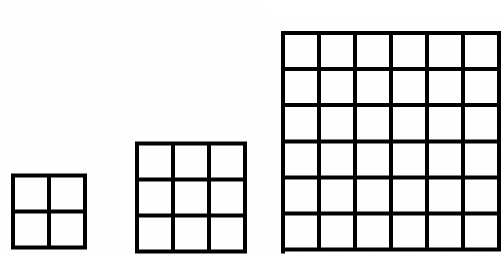
__**Комментарий**__

Вообще при втором способе решения необходимо еще показать на примере, что такое возможно, но в данном случае мы имеем варианты ответов и точно знаем, что среди них один верный. Поэтому можно смело отвечать «В. 9».

Для примера можно рассмотреть задачу с аналогичным условием, но общим количеством конвертов равным не 80, а 592. Тогда решая задачу методом аналогичным решению 2, мы получим, что конвертов с другими конвертами будет (592-8):8=73. Но всего может быть не более чем 8+8*8=72 конверта с другими конвертами внутри (наибольшая сумма больших и маленьких конвертов). Поэтому такая задача не будет иметь решения.

__**Задача №15.**__

Разрезая изображённые квадраты на части по сторонам клеток, можно сложить квадрат размером 7×7 клеток. Это можно сделать несколькими способами. Какую наименьшую сумму длин разрезов можно при этом получить, если за единицу масштаба выбрать сторону клетки?



А. 6 Б. 8 В. 10 Г. 12

Решение:

На рис. 1, 2, 3 указаны три способа разрезания данных квадратов и составления квадрата 7×7.

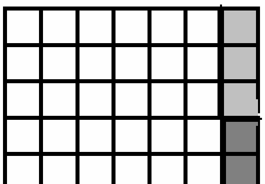


Рис. 1

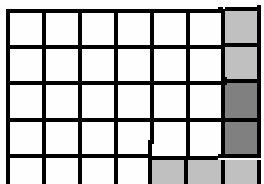


Рис. 2

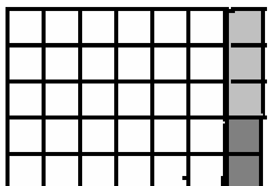


Рис. 3

На рис. 1 общая длина разрезов равна 8 (3 + 3 + 2).

На рис. 2 общая длина разрезов равна 8 (2 + 2 + 2 + 2).

На рис. 3 общая длина разрезов равна 9 (2 + 3 + 3 + 1). Все другие способы разрезания, например на квадратики, только увеличивают длину разрезов.

Ответ. Б. 8.

2 6-7 класс

Задача №11.

В первенстве округа по футболу участвует 16 команд, причём каждая команда играет со всеми остальными. За победу команде присуждается 3 очка, в случае ничьей каждая команда получает по 1 очку, за поражение – 0 очков. В первом круге все команды набрали вместе 312 очков. Сколько матчей закончилось вничью?

А. 56 Б. 54 В. 50 Г. 48

Решение:

Если игра завершается победой одной из команд, то играющие команды вместе набирают 3 очка, если ничьёй, то – два очка. Каждая из 16 команд проводит 15 матчей, в произведении $16 \cdot 15 = 240$ каждая игра учтена дважды. Поэтому в первом круге было сыграно $240:2 = 120$ матчей. Если бы все игры закончились победой одной из команд, то все команды набрали бы вместе $120 \cdot 3 = 360$ очков. Но они фактически набрали на $360 - 312 = 48$ очков меньше. Так как каждый ничейный результат уменьшает количество набранных очков на $3 - 2 = 1$ очко, то 48 матчей закончились вничью.

Ответ. Г. 48.

Комментарий

Довольно простая текстовая задача, не требующая особых познаний. С ней справились практически все.

Задача №12.

В соревновании по фигурному катанию 2 команды имели одинаковое число участников. В итоге общая сумма баллов, полученных всеми участниками, равна 86. Сколько было участников в соревновании, если каждый из них получил либо 5, либо 6 баллов?

А. 14 Б. 16 В.18 Г. 20

Решение 1:

Обозначим через x и y число участников соревнований, получивших соответственно оценки 5 и 6. Тогда, по условию, $5x + 6y = 86$ или $5x = 86 - 6y$. Так как при допустимых значениях y правая часть последнего равенства кратна 5 только при $y = 6$ и $y = 11$, то соответственно $x = 10$ и $x = 4$. По условию, в командах одинаковое число участников. Поэтому $x + y$ – чётное число. Этому условию удовлетворяют из приведенных значений только $x = 10$, $y = 6$. Следовательно, в соревновании было 16 участников.

Ответ. Б. 16.

Решение 2:

Так как минимальное количество баллов у каждого участника равно 5, а всего набрано 86 баллов, то количество участников не может быть больше 17 (18*5=90). Аналогично, исходя из того, что максимальное количество баллов у каждого участника равно 6 получаем, что участников не может быть меньше 15 (14*6=84). Так как в двух командах было одинаковое количество участников, то общее количество участников будет четным число больше 15, но меньше 17. Это 16.

Комментарий

Многие задачи имеют одновременно много способов решения. Если в задании требуется привести подробное решение, и вы знаете несколько способов решения этой задачи, напишите то, которое вам кажется более простым и понятным, но достаточно строгим. А еще лучше, если вы оформите несколько различных вариантов решений. Таким образом, случайно допустив ошибку в одном из них, вы сможете компенсировать ее в другом и не потерять баллы, если вдруг какое-то из них окажется неверным.

Задача №13.

Решив улучшить свою математическую подготовку, Артём начал заниматься с помощью тренажёра «Повтори математику сам». В начале сентября он выполнил первый вариант теста, а затем выполнял с недельным промежутком равносильные ему второй, третий, четвёртый и пятый варианты этого теста. Каждый правильный ответ оценивался 1 баллом. Оказалось, что за пять тестирований он набрал в сумме 50 баллов, причём при каждом следующем тестировании он набирал баллов больше, чем при предыдущем. В 5-м тестировании он набрал вдвое больше баллов, чем в первом. Сколько баллов набрал Артём в результате 2-го тестирования?

А. 10 Б. 9 В. 8 Г. 7

Решение 1:

Обозначим через $c1$, $c2$, $c3$, $c4$, $c5$ количества баллов, полученных Артёмом в результате, соответственно, 1-го, 2-го, 3-го, 4-го, 5-го тестирований. По условию, $c1 + c2 + c3 + c4 + c5 = 50$, $c1 < c2 < c3 < c4 < c5$, $c5 = 2c1$. Из этих условий вытекает, что $50 = c1 + c2 + c3 + c4 + 2c1 > 6c1$, то есть $c1 < 9$, а $50 = c1 + c2 + c3 + c4 + c5 < 5c5$, то есть $c5 > 10$. Так как $c5 = 2c1 > 10$, то $c1 > 5$.

Если $c1 = 6$, то $c5 = 12$. Но тогда $c2 + c3 + c4 = 50 – 18 = 32$. Так как $c4 \leq 11$, $c3 \leq 10$, $c2 \leq 9$, то $c2 + c3 + c4 \leq 30$. Следовательно, $c1$ не может равняться 6.

Если $c1 = 7$, то $c5 = 14$ и $c2 + c3 + c4 = 29$. Учитывая, что $8 \leq c2 < c3 < c4 \leq 13$, имеем два варианта: $c2 = 8$, $c3 = 9$, $c4 = 12$ и $c2 = 8$, $c3 = 10$, $c4 = 11$, то есть $c2$ может равняться только 8. Если $c2 \geq 9$, то $c3 \geq 10$, $c4 \geq 11$ и $c2 + c3 + c4 \geq 30$.

Если $c1 = 8$, то $c5 = 16$ и $c2 + c3 + c4 = 26$, что невозможно, так как не существует трёх различных натуральных чисел, больших 8, сумма которых равна 26.

Ответ. В. 8.

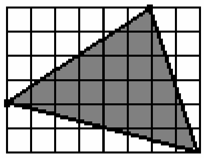
Комментарий

Данную задачу, как и многие предыдущие, можно решать перебором предложенных вариантов ответа. Может быть, такой способ кому-то и покажется легче, но не все так просто.

Решение 2:

Можно заметить, что при оценке 7 баллов за второй тест максимальное количество баллов за все тесты будет равно 6+7+10+11+12=46, что меньше 50. Это позволяет убедиться в том, что ответ Г не является верным. Также можно убедиться в том, что ответ А неверен. При оценке 10 баллов за второй тест минимальное количество баллов набранных за пять тестов будет равно 7+10+11+12+14=54. С ответом Б.9 уже сложнее. Минимум, получается, может быть 6+9+10+11+12=48 баллов, что не противоречит условию. За последний тест понятно меньше 12 баллов Артем получить не мог, если за второй у него 9 баллов. Также мы знаем, что Артем за последний тест получил четное количество баллов, так как оно вдвойне превосходит оценку первого теста. Таким образом, нам остается проверить вариант 14 баллов за пятый тест. Минимальная общая оценка в таком случае равна 7+9+10+11+14=51 балл. Получаем, что ответ Б тоже не может быть верным. Остается построить пример для ответа В. Конечно, это не обязательно, так как, отсеяв три ответа из четырех предложенных можно с уверенностью сказать, что оставшийся ответ верный, но все же построить пример будет полезно. Так мы убедимся в том, что нигде не была допущена ошибка. Итак, 7+8+9+12+14=50.

Задача №14.

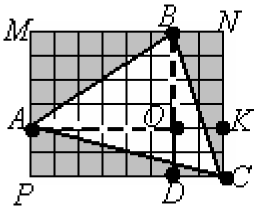


Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке, если площадь одной клетки равна 1 см2.

А. 48 $см^2$ Б. 24 $см^2$ В. 22 $см^2$ Г. 18 $см^2$.

Решение:

Прямоугольник MNCP, изображённый на рисунке, состоит из 6×8 = 48 клеток, площадь каждой из которых равна 1 см2. Следовательно, площадь этого прямоугольника равна 48 см2.



Площадь треугольника ABC равна разности площади прямоугольника MNCP и суммы площадей треугольников AMB, APC и BNC.

Отрезок AB делит прямоугольник MBOA пополам. Поэтому площадь треугольника AMB равна половине площади этого прямоугольника, состоящего из 4×6 = 24 клеток, то есть равна 12 см2.

Отрезок AC делит прямоугольник AKCP пополам. Площадь треугольника ACP равна половине площади этого треугольника, то есть (2×8):2 = 8 см2.

Отрезок BC делит прямоугольник BNCD, пополам. Площадь треугольника BNC равна половине площади этого треугольника, то есть (2×6):2 = 6 см2.

Тогда площадь треугольника ABC равна 48 – (12 + 8 + 6) = 22 (см2).

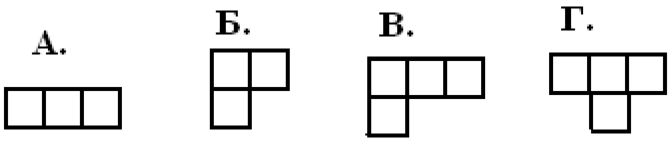
Ответ. В. 22 см2.

Комментарий

Многие участники дали неправильный ответ в этой задаче. Хотя данная задача имеет огромное количество различных способов решения (как впрочем, почти любая геометрическая задача). Большинство этих решений содержат в себе факты, которые в 6-7 классах еще не преподносятся. Поэтому вам приведен именно такой способ решения. Может быть, он и не самый простой (хотя совсем не сложный), но он не требует никаких глубоких познаний своего предмета.

Задача №15.

Какими из приведенных «плиток» нельзя покрыть без наложения все клетки квадрата, кроме одной, если квадрат состоит из 25 таких же клеток, из которых составлены плитки?



Решение:

Покрытия 24-х клеток квадрата 5×5 клеток плитками А, Б, В указаны, соответственно, на рис. 1, 2, 3.

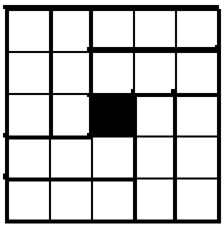


Рис. 1

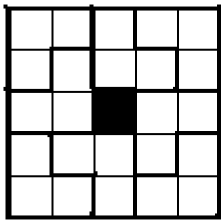


Рис. 2

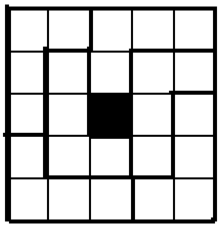


Рис. 3

Невозможность покрытия 24-х клеток квадрата 5×5 клеток плитками вида Г можно обосновать, рассмотрев размещение плиток в трёх угловых клетках (только одна клетка может быть не закрыта!).

Ответ. Г.

<u>Комментарий</u>

Хотя в данном случае, построив пример покрытия для трех видов плитки, можно смело утверждать, что четвертой плиткой нельзя покрыть квадрат согласно условию. Эта задача оказалась довольно простой и с ней справились практически все участники конкурса.

3 8-9 класс

<u>Задача №11.</u>

В результате опроса учащихся класса выяснилось, что каждый мальчик дружит с 5 девочками, а каждая девочка - с 8 мальчиками. Какому из приведенных чисел может равняться число учащихся в классе?

А. 24. Б. 25. В. 26. Г. 27.

Решение 1:

Пусть в классе m мальчиков и d девочек. Тогда число «дружб», с одной стороны, равно 5m, а с другой – 8d. Следовательно, 5m = 8d. Отсюда следует, что m кратно 8, а d кратно 5, то есть m может принимать значения 8, 16, 24, …, а d – 5, 10, 15, 20, …. Составляя всевозможные значения для суммы m + d, получим из приведенных в ответах только число 26 = 16 + 10. Это и есть возможное число учащихся в классе.

Ответ. В. 26.

Решение 2:

Не трудно заметить, что если в классе всего 5 девочек и 8 мальчиков и каждая пара девочка с мальчиком дружат между собой, то у каждой девочки будет 8 друзей мальчиков и у каждого мальчика будет 5 друзей девочек. В таком случае в классе всего 13 человек. Если количество учеников в классе делиться на 13 то их можно разбить на такие группы по 13 человек, в которых каждый мальчик будет иметь 5 друзей девочек, и каждая девочка будет иметь 8 друзей мальчиков. Из предложенных вариантов ответа ответ В.26 делиться на 13.

Ответ. В. 26.

<u>Комментарий</u>

Вторым способом решения можно здесь можно воспользоваться только потому, что среди вариантов ответа только один верный (так устроен конкурс). Ведь рассуждая таким образом, мы не проверяем наличие правильных ответов среди оставшихся.

Задача оказалась довольно простая. С ней справились практически все.

<u>Задача №12.</u>

Каждого пойманного леща рыболов считал за 3 рыбы, а каждых трёх ершей – за одну. В результате он насчитал 24 рыбы, и оказалось, что общее число пойманных им лещей и ершей действительно равно 24. На сколько меньше лещей поймал рыболов, чем ершей?

А. На 3 Б. На 6 В. На 9 Г. На 12

Решение 1:

Обозначим через x число пойманных лещей, тогда из условия следует, что рыболов поймал 24 – x ершей. По его подсчётам лещи составляют 3x рыб, а ерши -

$\frac{24-x}{3}$ рыб. Следовательно, 3х + $\frac{24-x}{3}$ = 24, откуда х = 6, то есть рыболов поймал 6 лещей и 18 ершей. Лещей меньше, чем ершей на 12.

Ответ. Г. На 12.

Решение 2:

Рассмотрим задачу в общем случае, если количество рыб равно суммарному количеству ершей и лещей. Чтобы это условие выполнялось, на каждого леща должно приходиться три ерша. Таким образом, получаем, что количество ершей в три раза больше чем количество лещей. Если общее количество рыб равно х, то количество ершей 3/4*х, а количество лещей 1/4*х. Если количество рыб равно 24, то количество ершей равно 18, лещей 6. 18-6=12.

Ответ. Г. На 12.

Решение 3:

Простой способ решения здесь перебор предложенных ответов. Нетрудно заметить, что ответ не может быть нечетным. Действительно, пусть ответ равен n, где n-нечетное. Тогда количество лещей и ершей равно x+x+n, где х-количество лещей. Так как n-нечетно, то x+x+n тоже нечетно, а значит, не может равняться 24. Остается проверить ответы Б.6 и Г.12. Если n=6, то x= (24-6)/2=9. Но тогда количество рыб равно 9*3+(9+6)/3=32, а должно получиться 24. Проверив ответ Г.12. увидим, что он правильный. ((24-12)/2)*3+(((24-12)/2)+12)/3=24.

Ответ. Г. На 12.

<u>Комментарий</u>

Задача имеет множество путей решения. Наверное, это и послужило тому, что основная часть участников конкурса смогли правильно ответить на поставленный вопрос.

<u>Задача №13.</u>

Цветочная клумба, изображённая на рисунке, состоит из участка, имеющего форму прямоугольника, на котором посажены розы, и четырёх участков, имеющих форму полукругов, диаметрами которых являются стороны прямоугольника. На закрашенных на рисунке тёмным цветом участках растёт трава. Эти участки имеют форму сегментов, которые ограничены сторонами прямоугольника и описанной около него окружностью. Остальная часть клумбы засажена однолетними цветами. Площадь участка, на котором посажены розы, равна S. Чему равна площадь части клумбы, засеянной однолетними цветами?

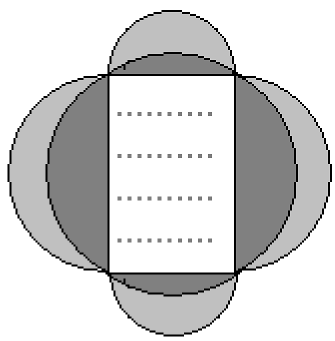


Рис. 1

А. 2S. Б. S. В. $\frac{S}{2}$. Г. Ответ отличен от приведенных.

Решение

Решение задачи сводится к нахождению площади фигуры, закрашенной на рис. 2, где a, b – катеты прямоугольного треугольника, c – его гипотенуза, $\frac{S}{2}$ – его площадь. Закрашенные фигуры получаются вырезанием из полукругов, диаметрами которых являются катеты треугольника, сегментов, образованных при вписывании прямоугольного треугольника в круг. Обозначим площадь закрашенной фигуры через Sч. Тогда, пользуясь описанием фигуры, получим равенство

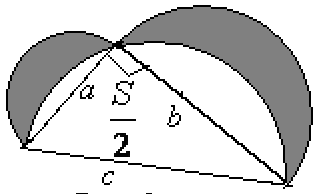


Рис. 2

$$Sч = \pi\left(\frac{a^2}{2}\right) + \pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2 - \frac{S}{2}\right) = \frac{\pi}{4}\left(a^2 + b^2 - c^2\right) + \frac{S}{2}.$$

Так как по теореме Пифагора a2 + b2 = c2, то Sч = $\frac{S}{2}$, то есть площадь закрашенной фигуры равна площади треугольника.

Фигура, изображённая на рис. 1, состоит из двух фигур, изображённых на рис. 2. Следовательно, площадь участка, засеянного однолетними цветами, равна S.

Ответ. Б. S.

<u>Комментарий</u>

При решении задачи используются только формулы площади окружности и прямоугольника и теорема Пифагора. В 8-9 классах эти вещи знают все. Но, к сожалению очень многие не справились с поставленной задачей. Думаю, это связано с тем, что задача не имеет конкретных данных (числовых). Многие просто не умеют работать с параметрами, хотя на самом деле нет никакой разницы, оперировать числами или параметрами. Тем более в задачах по геометрии. Надо просто посмотреть на данные и понять, что можно их них получить, выражая через те же имеющиеся параметры.

<u>Задача №14.</u>

Участок прямоугольной формы ограждён 150 цельными бетонными плитами, плотно прилегающими друг к другу, каждая длиной 2,2 м. Площадь этого участка с точностью до 10 $м^2$ может равняться …

А. 7000 $м^2$. Б. 6900 $м^2$. В. 1700 $м^2$. Г. 330 $м^2$.

Решение

Для выбора правильного ответа исследуем, какие значения может принимать площадь прямоугольника с заданным периметром 150·2,2 = 330 м.

Пусть x – длина стороны в метрах, тогда длина его другой стороны равна 165 – x (м), а площадь S равна x(165 – x) (м2). Если представить это выражение в виде $-\left(x - \frac{165}{2}\right)^2 + \left(\frac{165}{2}\right)^2$, то можно сделать вывод, что площадь S не превосходит $\left(\frac{165}{2}\right)^2$ < 6889. Поэтому площадь не может равняться 7000 м2 и 6900 м2. Не может она равняться и 330 м2. Это связано с тем, что значения выражения $\left(x - \frac{165}{2}\right)^2$ увеличиваются, когда значения $x < \frac{165}{2}$ уменьшаются. При этом значения выражения $-\left(x - \frac{165}{2}\right)^2 + \left(\frac{165}{2}\right)^2$ уменьшаются. В нашем случае наименьшее значение x равно 2,2 м. Площадь прямоугольника со сторонами 2,2 м и (165 – 2,2) м равна 2,2·(165 – 2,2) = 358,16 (м2), что больше 330 м2.

Возможность ответа В, то есть площади 1700 м2 устанавливается подбором длин сторон. Если на одной стороне участка 5 пролётов, то есть её длина равна 11 м, то длина другой стороны 154 м, тогда площадь такого участка равна 154·11 = 1694 ≈ 1700 (м2) (с точностью до 10 м2).

Ответ. В. 1700 м2.

Комментарий

Очередная задачка из области геометрии. Не сомневаюсь в том, что многие участники конкурса решали ее простым подбором длин сторон участка. Основная часть учеников смогли получить правильный ответ. Но нашлось довольно много людей, кто посчитал ответ Г.330. правильным. Наверное, они просто невнимательно читали условие и вместо площади нашли периметр участка. Внимательно читайте условие и старайтесь всегда проверять свои ответы, дабы избежать таких глупых ошибок.

Задача №15.

Решив улучшить свою математическую подготовку, Артём начал заниматься с помощью тренажёра «Повтори математику сам». В начале сентября он выполнил первый вариант теста, а затем выполнял с недельным промежутком равносильные ему второй, третий, четвёртый и пятый варианты этого теста. Каждый правильный ответ оценивался 1 баллом. Оказалось, что за пять тестирований он набрал в сумме 53 балла, причём при каждом следующем тестировании он набирал баллов больше, чем при предыдущем. В 5-м тестировании он набрал втрое больше баллов, чем в первом. Сколько имеется вариантов распределения баллов, полученных Артёмом за 5 тестирований?

А. 11. Б. 12 В. 13 Г. 14

Решение

Обозначим через c1, c2, c3, c4, c5 количества баллов, полученных Артёмом в результате, соответственно, 1-го, 2-го, 3-го, 4-го, 5-го тестирований. По условию, c1 + c2 + c3 + c4 + c5 = 53, c1 < c2 < c3 < c4 < c5, c5 = 3c1. Из этих условий вытекает, что 53 = c1 + c2 + c3 + c4 + 3c1 > 7c1, то есть c1 < 8, а 53 = c1 + c2 + c3 + c4 + c5 < 5c5, то есть c5 > 10. Так как c5 = 3c1 > 10, то c1 > 3. Итак, 4 ≤ c1 ≤ 7.

Если c1 = 4, то c5 = 12. Но тогда c2 + c3 + c4 = 53 – 16 = 37. В этом случае c2 < c3 < c4 ≤ 11. Но сумма трёх натуральных чисел, не превосходящих 11, не может равняться 37. Следовательно, c1 не может равняться 4.

Если c1 = 5, то c5 = 15 и c2 + c3 + c4 = 33. Учитывая, что 6 ≤ c2 < c3 < c4 ≤ 14, имеем следующие варианты:

c1	c2	c3	c4	c5
5	6	13	14	15
5	7	12	14	15

5	8	11	14	15
5	9	10	14	15
5	8	12	13	15
5	9	11	13	15
5	10	11	12	15

Если c1 = 6, то c5 = 18 и c2 + c3 + c4 = 29. Учитывая, что $7 \le c2 < c3 < c4 \le 17$, получим следующие варианты:

c1	c2	c3	c4	c5
6	7	8	14	18
6	7	9	13	18
6	7	10	12	18
6	8	9	12	18
6	8	10	11	18

Если c1 = 7, то c5 = 21 и c2 + c3 + c4 = 25, что невозможно, так как не существует трёх различных натуральных чисел, больших 8, сумма которых равна 25. Итак, имеется 12 вариантов распределения баллов, полученных Артёмом за 5 тестирований.

Ответ. Б. 12.

<u>**Комментарий**</u>

Решение задачи сводится к перебору всевозможных вариантов. И допустить ошибку здесь можно только по невнимательности. Основная часть учеников смогли все правильно посчитать. Но не обошлось и без тех, кто насчитал больше или меньше чем нужно возможных вариантов. Будьте предельно внимательны при решении задач перебором. А если требуется приводить решение задачи, то старайтесь приводить перебор максимально подробно. Это никогда не бывает лишним и поможет сохранить драгоценные баллы.

еФТШ