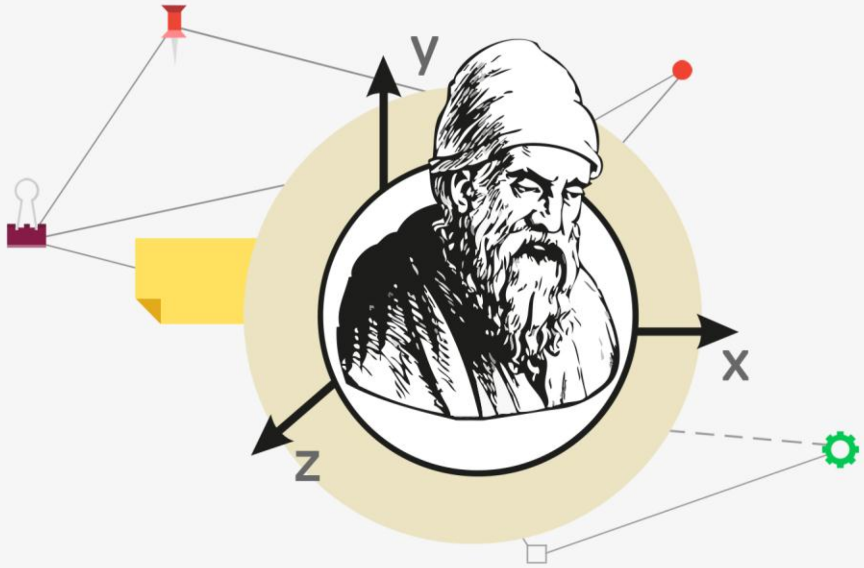


Наследие Евклида

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНКУРС

ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор задач тестовой части заданий

4-5 класс. Вариант 1

Задача №1 (2 балла)

Дан ряд чисел: 5034, 916, 82, 25709, 566. Какое количество верных утверждений среди приведенных:

1) В этом ряду нет числа, которое имеет цифру 7 в разряде сотен.
2) В этом ряду есть число пять тысяч триста четыре.
3) При сложении всех чисел этого ряда получается пятизначное число.
4) В этом ряду четыре четных числа.

А. Одно Б. Два В. Три Г. Четыре

Решение

1) 25709 имеет цифру 7 в разряде сотен – первое утверждение неверное.
2) В ряду нет числа 5304 – второе утверждение неверное.
3) 5034+916+82+25709+566=32307 – третье утверждение верное.
4) 5034, 916, 82 и 566 четные. Четвертое утверждение верное.

Таким образом, среди приведенных утверждений два верных. Третье и четвертое.

Ответ: Б. Два

Комментарий:

С этой задачей справились две трети участников (67%). Каждое условие в этой задаче не сложно проверить. Только делать это надо очень внимательно. Многие участники посчитали, что верных утверждений здесь три. Скорее всего, они посчитали верным второе утверждение из-за наличия числа 5034.

Задача №2 (2 балла)

Сколько существует двухзначных чисел меньших 30, все цифры которых четные?

А. 5 Б. 10 В. 15 Г. 20

Решение

Раз обе цифры двузначного числа меньшего 30 должны быть четными, то числом десяток может быть только 2. Числом единиц может быть 0, 2, 4, 6 или 8. Таким образом, имеем пять чисел, удовлетворяющих условию – 20, 22, 24, 26 и 28.

Ответ: А. 5

Комментарий:

С этой задачей справились только треть участников (36%), что довольно странно, ведь можно было просто выписать числа от 1 до 30 и посчитать, сколько из них удовлетворяют условию. Скорее всего, многие не учли, что в условии сказано именно двузначных чисел и получили в ответе 10, посчитав 0, 2, 4, 6, 8, 20, 22, 24, 26 и 28.

Задача №3 (2 балла)

Вася и Витя играют в игру. Вася загадывает число от 1 до 7 включительно. За один вопрос Витя называет два числа от 1 до 7 и спрашивает, какое из них ближе к тому, которое загадал Вася. На что Вася отвечает либо первое, либо второе, либо одинаково. Какое минимальное количество вопросов понадобится Вите, чтобы отгадать Васино число?

А. 1 Б. 2 В. 3 Г. 4

Решение

Понятно, что за один вопрос Витя не всегда сможет угадать число. Например, если Витя назовет два числа и ближе к искомому окажется большее из них, то искомое число однозначно определяется только в случае, если Витя назвал 5 и 7 или 6 и 7. Но если Витя назвал числа одной из этих пар, то окажись искомое число ближе к меньшему числу, его нельзя будет определить однозначно. Покажем, что за два вопроса можно определить число, которое загадал Вася.

<table>
<tr><td>Вопрос 1</td><td colspan="7">Какое число ближе: 2 или 6?</td></tr>
<tr><td>Ответ 1</td><td colspan="3">2 ближе</td><td>одинаково</td><td colspan="3">6 ближе</td></tr>
<tr><td>Результат 1</td><td colspan="3">число 1, 2 или 3</td><td>число 4</td><td colspan="3">число 5, 6 или 7</td></tr>
<tr><td>Вопрос 2</td><td colspan="3">Какое число ближе: 1 или 3?</td><td></td><td colspan="3">Какое число ближе: 5 или 7?</td></tr>
<tr><td>Ответ 2</td><td>1 ближе</td><td>Одина-ково</td><td>3 ближе</td><td></td><td>5 ближе</td><td>Одина-ково</td><td>7 ближе</td></tr>
<tr><td>Результат 2</td><td>число 1</td><td>число 2</td><td>число 3</td><td></td><td>число 5</td><td>число 6</td><td>число 7</td></tr>
</table>

Ответ: Б. 2

Комментарий:

С этой задачей, как и с предыдущей, справились только 36% участников. Сложно предположить, почему у многих возникли здесь трудности. Наверное, задача не простая и многие попросту не смогли построить оптимальный алгоритм. А алгоритм тут не единственный. Вместо указанного в решении первого вопроса, можно задать вопрос «какое число ближе: 3 или 5». Выводы относительно ответов будут аналогичные и второй вопрос соответственно тоже.

<u>Задача №4 (2 балла)</u>

Азартный мальчик Андрей купил лотерейные билеты на 168 рублей. Каждый билет стоил 12 рублей. Каждый второй билет в лотерее выигрышный и выигрыш составляет 19 рублей. С выигранных денег Андрей купил еще 10 билетов и разыграл их. На сколько билетов теперь у Андрея хватит денег?

А. 7 Б. 8 В. 9 Г. 10

Решение

На 168 рублей Андрей купил $168:12=14$ билетов. Каждый второй билет принес Андрею 19 рублей выигрыша, $14:2=7$, $7\cdot 19=133$. После получения выигрыша, Андрей купил еще 10 билетов, потратив на них $12\cdot 10=120$ рублей. После чего у него осталось 133-120=13 рублей. Среди этих 10 билетов $10:2=5$ принесли ему еще по 19 рублей выигрыша, итого $5\cdot 19=95$. Значит, после получения второго выигрыша, у Андрея стало 13+95=108 рублей. Этих денег хватает на 108:12=9 билетов.

Ответ: В. 9

Комментарий:

В этой задаче не требовалось придумывать никаких изощренных методов решения. Достаточно было только внимательно по порядку посчитать количество денег на каждом этапе. Большинство участников справились с данной задачей (62%).

Задача №5 (2 балла)

Папа на 31 год моложе дедушки и в 4 раза старше сына. Мама младше папы на 4 года. На сколько лет мама старше сына, если дедушке 67 лет?

А. На 21 год Б. На 23 года В. На 25 лет Г. На 27 лет

Решение

Дедушке 67 лет, значит папе – 67-31=36 лет. Сыну – 36:4=9 лет, а маме – 36-4=32 года. Таким образом, получаем, что мама на 32-9=23 года старше сына.

Ответ: Б. На 23 года

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой в тестовой части. С ней справились 88% участников. Как и в предыдущей задаче, здесь надо было внимательно по порядку посчитать возраста всех членов семьи.

Разбор задач тестовой части заданий

4-5 класс. Вариант 2

Задача №1 (2 балла)

Дан ряд чисел: 7308, 295, 48, 60942, 837. Какое количество верных утверждений среди приведенных:

1) В этом ряду нет числа, которое имеет цифру 9 в разряде сотен.
2) В этом ряду есть число семь тысяч тридцать восемь.
3) При сложении всех чисел этого ряда получается пятизначное число.
4) В этом ряду четыре четных числа.

А. Одно Б. Два В. Три Г. Четыре

Решение

1) 60942 имеет цифру 9 в разряде сотен – первое утверждение неверное.
2) В ряду нет числа 7038 – второе утверждение неверное.
3) 7308+295+48+60942+837=69430 – третье утверждение верное.
4) 7308, 48 и 60942 четные. Четвертое утверждение неверное.

Таким образом, среди приведенных утверждений одно верное. Третье.

Ответ: А. Одно

Комментарий:

С этой задачей справилось большинство участников (68%). Необходимо было проверить каждое предложенное утверждение, и понять какие из них верные, а какие нет. Задача не требовала особых навыков, необходимо было сделать все предельно внимательно.

Задача №2 (2 балла)

Сколько существует двухзначных чисел меньших 30, все цифры которых нечетные?

А. 20 Б. 15 В. 10 Г. 5

Решение

Раз обе цифры двузначного числа меньшего 30 должны быть нечетными, то числом десяток может быть только 1. Числом единиц может быть 1, 3, 5, 7 или 9. Таким образом, имеем пять чисел, удовлетворяющих условию – 11, 13, 15, 17 и 19.

Ответ: Г. 5

Комментарий:

С этой задачей справились около трети участников (39%), что довольно странно, ведь можно было просто выписать числа от 1 до 30 и посчитать, сколько из них удовлетворяют условию. Скорее всего, многие не учли, что в условии сказано именно двузначных чисел и получили в ответе 10, посчитав 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 и 19.

Задача №3 (2 балла)

Ваня и Вова играют в игру. Ваня загадывает число от 1 до 6 включительно. За один вопрос Вова называет два числа от 1 до 6 и спрашивает, какое из них ближе к тому, которое загадал Ваня. На что Ваня отвечает либо первое, либо второе, либо одинаково. Какое минимальное количество вопросов понадобится Вове, чтобы отгадать Ванино число?

А. 1 Б. 2 В. 3 Г. 4

Решение

Понятно, что за один вопрос Вова не всегда сможет угадать число. Например, если Вова назовет два числа и ближе к искомому окажется большее из них, то искомое число однозначно определяется только в случае, если Вова назвал 5 и 6 или 4 и 6. Но если Вова назвал числа одной из этих пар, то окажись искомое число ближе к меньшему числу, его нельзя будет определить однозначно. Покажем, что за два вопроса можно определить число, которое загадал Ваня.

Вопрос 1	Какое число ближе, 2 или 5?					
Ответ 1	2 ближе			5 ближе		
Результат 1	число 1, 2 или 3			число 4, 5 или 6		
Вопрос 2	Какое число ближе, 1 или 3?			Какое число ближе, 4 или 6?		
Ответ 2	1 ближе	одинаково	3 ближе	4 ближе	одинаково	6 ближе
Результат 1	число 1	число 2	число 3	число 4	число 5	число 6

Ответ: Б. 2

Комментарий:

В данной задаче правильный ответ указали лишь 36% участников. Сложно предположить, почему у многих возникли здесь трудности. Наверное, задача не простая и многие попросту не смогли построить оптимальный алгоритм. Хотя он тут не единственный. Вместо указанного в решении первого вопроса, можно задать вопрос «какое число ближе: 1 или 6» или «какое число ближе: 3 или 4». Выводы относительно ответов будут аналогичные и второй вопрос соответственно тоже.

<u>Задача №4 (2 балла)</u>

Азартный мальчик Андрей купил лотерейные билеты на 210 рублей. Каждый билет стоил 15 рублей. Каждый второй билет в лотерее выигрышный и выигрыш составляет 21 рубль. С выигранных денег Андрей купил еще 6 билетов и разыграл их. На сколько билетов теперь у Андрея хватит денег?

А. 7 Б. 8 В. 9 Г. 10

Решение

На 210 рублей Андрей купил 210:15=14 билетов. Каждый второй билет принес Андрею 21 рубль выигрыша 14:2=7, $7\cdot 21=147$. После получения выигрыша, Андрей купил еще 6 билетов, потратив на них $15\cdot 6=90$ рублей. После чего у него осталось 147-90=57 рублей. Среди этих 6 билетов 6:2=3 принесли ему еще по 21 рублю выигрыша, итого $3\cdot 21=63$. Значит, после получения второго выигрыша, у Андрея стало 57+63=120 рублей. Этих денег хватает на 120:15=8 билетов.

Ответ: Б. 8

Комментарий:

Эту задачу большинство участников (61%) решили правильно. Здесь надо было внимательно посчитать сумму денег на каждом шаге. Решение не сложное, главное не ошибиться в расчетах.

Задача №5 (2 балла)

Тыква легче дыни на 700 грамм и в 3 раза тяжелее ананаса. Арбуз тяжелее тыквы на 400 грамм. Какова разница между арбузом и ананасом, если дыня весит 4300 грамм?

А. 2000 грамм Б. 2400 грамм В. 2800 грамм Г. 3200 грамм

Решение

Дыня весит 4300 грамм. Значит, тыква весит 4300-700=3600 грамм. Тогда ананас весит 3600:3=1200 грамм, а арбуз 3600+400=4000 грамм. Разница между арбузом и ананасом составляет 4000-1200=2800 грамм.

Ответ: В. 2800 грамм

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой в тестовой части. С ней справились 83% участников. Как и в предыдущей задаче, здесь надо было внимательно по порядку посчитать веса всех плодов.

Разбор задач тестовой части заданий

6-7 класс. Вариант 1

Задача №1 (2 балла)

Сколько существует двухзначных чисел меньших 30, у которых цифра десятков и цифра единиц одинаковой четности?

А. 5 Б. 10 В. 15 Г. 20

Решение

Двузначные числа меньше 30 у которых обе цифры нечетные это 11, 13, 15, 17 и 19, а числа у которых обе цифры четные это 20, 22, 24, 26 и 28. Всего 10 чисел удовлетворяют условию.

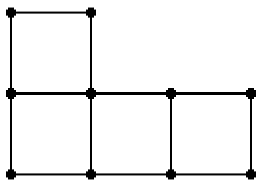
Ответ: Б. 10

Комментарий:

Эта задача попала в число самых простых задач из варианта. Правильный ответ здесь указали 72% участников. Задача решается простым перебором, а если вы знакомы с комбинаторикой, тогда решение еще проще: количество способов выбрать нечетную цифру в разряде десятков равно 1, в разряде единиц 5, значит двузначных чисел до 30 с нечетными цифрами 1*5=5. Проводим аналогичные рассуждения с четными цифрами и получаем ответ 1*5 + 1*5 = 10.

Задача №2 (2 балла)

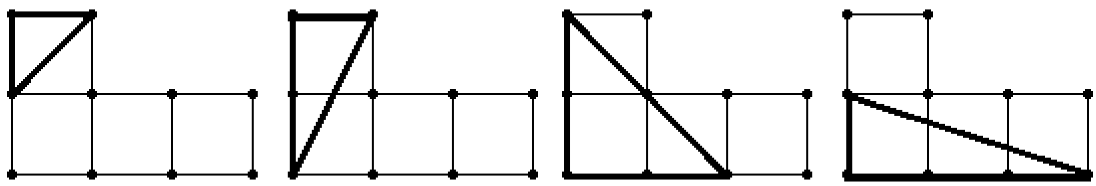
Сколько различных по площади треугольников можно построить так, чтобы их вершины находились в узлах сетки и треугольники полностью лежали внутри фигуры?



А. 2 Б. 3 В. 4 Г. 5

Решение

Всего можно построить четыре различных по площади треугольника. Все остальные треугольники будут по площади равны какому-то из приведенных на рисунке. Если считать, что площадь одной клетки равна 1, то площади этих треугольников соответственно равны 0,5; 1; 2 и 1,5. Следовательно, можно построить четыре различных по площади треугольника.



Ответ: В. 4

Комментарий:

Данная задача требовала достаточно много времени, чтобы внимательно перебрать возможные варианты и убедиться, что никакие не упущены. После чего необходимо было понять какие из них совпадают по площади, а какие нет. С этой задачей справились только половина участников (51%).

Задача №3 (2 балла)

Расстояние между городами А и Б составляет 250 км. Автомобиль выехал из города А и проехал 2 часа со скоростью 54 км/ч. На сколько необходимо увеличить скорость автомобиля, чтобы весь путь от А до Б занял ровно 4 часа?

А. На 15 км/ч Б. На 16 км/ч В. На 17 км/ч Г. На 18 км/ч

Решение

За первые 2 часа в пути автомобиль проехал $54 \cdot 2 = 108$ км. Осталось ему проехать еще 250-108=142 км. Чтобы весь путь занял ровно 4 часа, автомобилю необходимо проехать 142 км за 2 часа, то есть ехать надо со скоростью 142:2=71 км/ч. Значит, ему надо увеличить скорость на 71-54=17 км/ч.

Ответ: В. На 17 км/ч

Комментарий:

Стандартная задача на равномерное прямолинейное движение. С ней справились 76% участников. Подобные задачи встречаются сплошь и рядом на математических конкурсах. Их просто необходимо уметь решать. В подобных задачах зачастую достаточно знать, что путь = скорость * время. Правильно применив данную формулу, ответ вы получите после нескольких вычислений.

Задача №4 (2 балла)

Клетки доски 3х3 занумерованы числами от 1 до 9 так, что соседние номера стоят в соседних по стороне клетках. Какова наименьшая возможная сумма номеров на диагонали?

А. 9 Б. 10 В. 11 Г. 12

Решение

Если раскрасить клетки доски в шахматном порядке, то клетки одинакового цвета будут занумерованы числами одинаковой четности. Таким образом, становится понятно, что сумма на диагонали не может быть меньше 1+3+5=9. Но числа 1, 3 и 5 не могут быть на одной диагонали, так как очевидно, что числа 7 и 9 не могут располагаться в противоположных углах доски. Следующая наименьшая сумма трех чисел от 1 до 9 одинаковой четности равна 1+3+7=11. Для этой суммы построим пример:

1	2	9
4	3	8
5	6	7

Ответ: В. 11

Комментарий:

Большая часть участников (59%) выбрали в этой задаче правильный ответ. Доказательство минимальности полученного ответа здесь не самое простое. Именно поэтому задача была предложена в тестовой части. Тем, кто выбрал ответ интуитивно и не смог строго доказать его минимальность будет полезно разобраться в решении подробно.

<u>Задача №5 (2 балла)</u>

Оля задумала натуральное число меньше 30 и нашла его остатки от деления на 6 и на 9. Сумма этих остатков оказалась равна 13. Найдите остаток от деления этого числа на 18.

А. 11 Б. 13 В. 15 Г. 17

Решение

Максимальные возможные остатки от деления на 6 и на 9 могут быть 5 и 8, их сумма 5+8=13, что означает, что это и есть остатки от задуманного Олей числа. Рассмотрим числа меньшие 30, остаток от деления на 9 у которых равен 8, это числа 8, 17 и 26. Из них, при делении на 6 только число 17 дает остаток 5, следовательно, Оля загадала число 17. При делении на 18 остаток число 17 дает равный себе.

Ответ: Г. 17

Комментарий:

Две трети участников (67%) справились с этим заданием. Задача не сложная, учитывая ограничение ответа до 30 ее можно было решить простым перебором.

Разбор задач тестовой части заданий

6-7 класс. Вариант 2

<u>Задача №1 (2 балла)</u>

Сколько существует двухзначных чисел меньших 30, у которых цифра десятков и цифра единиц разной четности?

А. 20 Б. 15 В. 10 Г. 5

Решение

Двузначные числа меньше 30 у которых цифра десятков нечетная, а цифра единиц четная это 10, 12, 14, 16 и 18, а числа у которых цифра десятков четная, а цифра единиц нечетная это 21, 23, 25, 27 и 29. Всего 10 чисел удовлетворяют условию.

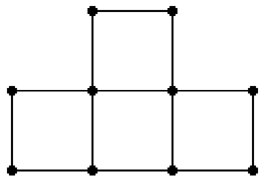
Ответ: В. 10

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой. Правильный ответ здесь указали 77% участников. Задача решается простым перебором, а если вы знакомы с комбинаторикой, тогда решение еще проще: каждой цифре десятков (это 1 или 2) соответствует 5 вариантов цифры единиц другой честности. Таким образом, искомых чисел 2*5=10.

<u>Задача №2 (2 балла)</u>

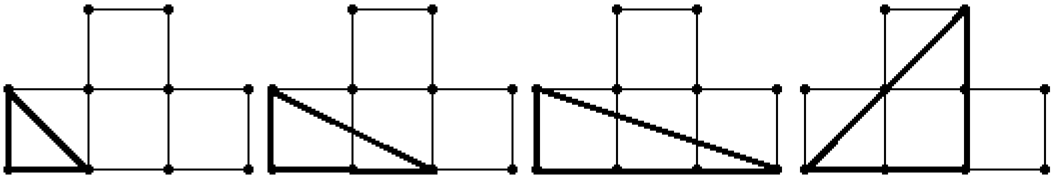
Сколько различных по площади треугольников можно построить так, чтобы их вершины находились в узлах сетки и треугольники полностью лежали внутри фигуры?



А. 2 Б. 3 В. 4 Г. 5

Решение

Всего можно построить четыре различных по площади треугольника. Все остальные треугольники по площади будут равны какому-то из приведенных на рисунке. Если считать, что площадь одной клетки равна 1, то площади этих треугольников соответственно равны 0,5; 1; 1.5 и 2. Следовательно, можно построить четыре различных по площади треугольника.



Ответ: В. 4

Комментарий:

Данная задача требовала достаточно много времени, чтобы внимательно перебрать возможные варианты и убедиться, что никакие не упущены. После чего необходимо было понять какие из них совпадают по площади, а какие нет. С этой задачей справились только 39% участников.

Задача №3 (2 балла)

Расстояние между городами А и Б составляет 300 км. Автомобиль выехал из города А и проехал 2 часа со скоростью 62 км/ч. На сколько необходимо увеличить скорость автомобиля, чтобы весь путь от А до Б занял ровно 4 часа?

А. На 25 км/ч Б. На 26 км/ч В. На 27 км/ч Г. На 28 км/ч

Решение

За первые 2 часа в пути автомобиль проехал $62 \cdot 2 = 124$ км. Осталось ему проехать еще 300-124=176 км. Чтобы весь путь занял ровно 4 часа, автомобилю необходимо проехать 176 км за 2 часа, то есть ехать надо со скоростью 176:2=88 км/ч. Значит, ему надо увеличить скорость на 88-62=26 км/ч.

Ответ: Б. На 26 км/ч

Комментарий:

Стандартная задача на равномерное прямолинейное движение. С ней справились 73% участников. Подобные задачи встречаются сплошь и рядом на математических конкурсах. Их просто необходимо уметь решать. В подобных задачах зачастую достаточно знать, что путь = скорость * время. Правильно применив данную формулу, ответ вы получите после нескольких вычислений.

Задача №4 (2 балла)

Клетки доски 3x3 занумерованы числами от 1 до 9 так, что соседние номера стоят в соседних по стороне клетках. Какова наибольшая возможная сумма номеров на диагонали?

А. 21 Б. 19 В. 17 Г. 15

Решение

Если раскрасить клетки доски в шахматном порядке, то клетки одинакового цвета будут занумерованы числами одинаковой четности. Таким образом, становится понятно, что сумма на диагонали не может быть больше 9+7+5=21. Но числа 9, 7 и 5 не могут быть на одной диагонали, так как очевидно, что числа 1 и 3 не могут располагаться в противоположных углах доски. Следующая наибольшая сумма трех чисел от 1 до 9 одинаковой четности равна 9+7+3=19. Для этой суммы построим пример:

9	8	1
6	7	2
5	4	3

Ответ: Б. 19

Комментарий:

Только 31% участников выбрали в этой задаче правильный ответ. Доказательство максимальности полученного ответа здесь не самое простое. Именно поэтому задача была предложена именно в тестовой части. Тем, кто выбрал ответ интуитивно и не смог строго доказать его максимальность будет полезно разобраться в решении подробно.

<u>Задача №5 (2 балла)</u>

Юля задумала натуральное число меньше 30 и нашла его остатки от деления на 4 и на 6. Сумма этих остатков оказалась равна 8. Найдите остаток от деления этого числа на 12.

А. 11 Б. 9 В. 7 Г. 5

Решение

Максимальные возможные остатки от деления на 4 и на 6 могут быть 3 и 5, их сумма 3+5=8, что означает, что это и есть остатки от задуманного Юлей числа. Рассмотрим числа меньшие 30, остаток от деления на 6 у которых равен 5, это числа 5, 11, 17, 23 и 29. Из них, при делении на 4 только числа 11 и 23 дают остаток 3, следовательно, Оля загадала число 11 либо 23. При делении на 12 оба эти числа дают остаток 11.

Ответ: А. 11

Комментарий:

70% участников справились с этим заданием. Задача не сложная, учитывая ограничение ответа до 30 ее можно было решить простым перебором.

Разбор задач тестовой части заданий

8-9 класс. Вариант 1

Задача №1 (2 балла)

Сколько существует двухзначных чисел, у которых цифра десятков и цифра единиц одинаковой четности?

А. 20 Б. 25 В. 45 Г. 50

Решение

Для каждой цифры десятков существует 5 вариантов возможной цифры единиц, чтобы цифры были одинаковой четности. Так как различных цифр десятков может быть 9, то всего чисел, удовлетворяющих условию может быть $9 \cdot 5 = 45$.

Ответ: В. 45

Комментарий:

Здесь верный ответ указали 65% участников. В отличие от аналогичной задачи для 6-7 классов, данную задачу решать перебором не рационально, хотя тоже можно. Но это бы потребовало достаточно много времени. Задачи на комбинаторику довольно часто встречаются на математических конкурсах, и, если вы плохо справляетесь с задачами на данную тему, рекомендую уделить ей особое внимание. Тем более что подобные задачи чаще всего далеко не самые сложные.

Задача №2 (2 балла)

В забеге на дистанцию 110 метров, когда Алексей приходит к финишу, Борису остается пробежать еще 10 метров. А когда Борис приходит к финишу, Володе остается пробежать еще 11 метров. Сколько метров останется пробежать до финиша Володе, когда финиширует Алексей?

А. 19 Б. 20 В. 21 Г. 22

Решение

Так как Алексей пробегает 110 метров за то же время, что и Борис пробегает 100 метров, то скорость Бориса равна $\frac{100}{110} = \frac{10}{11}$ скорости Алексея. Аналогично скорость Володи равна $\frac{99}{110} = \frac{9}{11}$ скорости Бориса. Значит, скорость Володи равна $\frac{9}{11} \cdot \frac{10}{11} = \frac{90}{110} = \frac{9}{11}$ скорости Алексея. Поэтому, когда Алексей финиширует, Володе останется пробежать еще $110 - 90 = 20$ метров.

Ответ Б. 20

Комментарий:

В этом задании правильный ответ выбрали только 18% участников. Подобные задачи часто помогает решать моделирование. Можно было задать скорость одному из бегунов и, зная ее, посчитать скорости остальных. Если правильно посчитать скорости всех бегунов, то получить ответ будет уже не сложно. Но подобный способ не всегда помогает решить задачу в общем виде. Важно уметь понять, где подобная хитрость не влияет на искомый ответ, а где приведет лишь к рассмотрению частного случая.

Задача №3 (2 балла)

Сколько существует различных натуральных чисел x таких, что к x можно прибавить его делитель и получить 30? (1 и x также являются делителями числа x)

А. 4 Б. 5 В. 6 Г. 7

Решение

Пусть y делитель числа x такой, что $y+x=30$. Очевидно, что y также является делителем числа 30, так как оба слагаемых делятся на y. Рассмотрим все делители числа 30, это 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 и 30. Понятно, что y не больше x. Следовательно, y может быть 1, 2, 3, 5, 6, 10 или 15.

Таким образом, x может быть соответственно 29, 28, 27, 25, 24, 20 или 15. Итого 7 вариантов.

Ответ: Г. 7

Комментарий:

С этой задачей справились 61% участников. Задача довольно простая и решить ее можно было простым перебором. Выписать все пары чисел, сумма которых равна 30, и проверить в каких парах одно число будет являться делителем другого.

Задача №4 (2 балла)

Из пункта А в пункт В автомобиль ехал по шоссе протяженностью 210 километров, а возвращался назад по грунтовой дороге протяженностью 160 километров, затратив на обратный путь на 1 час больше, чем на путь из А в В. С какой скоростью автомобиль двигался по грунтовой дороге, если она на 30 километров в час меньше его скорости по шоссе.

А. 30 км/ч Б. 40 км/ч В. 50 км/ч Г. 60 км/ч

Решение

Пусть х – скорость автомобиля по грунтовой дороге. Составим уравнение:

$$\frac{210}{x+30}=\frac{160}{x}-1;$$

$$210\cdot x=160\cdot(x+30)-x\cdot(x+30);$$

$$x^2+80x-4800=0;$$

$$(x-40)\cdot(x+120)=0.$$

Уравнение имеет два решения 40 и -120, так как скорость автомобиля не может быть отрицательной, то х=40 км/ч.

Ответ: Б. 40 км/ч

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой. Ее смогли решить 72% участников. Стандартная задача на движение, такие задачи сплошь и рядом встречаются на математических конкурсах. Их просто необходимо уметь решать.

<u>Задача №5 (2 балла)</u>

Сколько существует двузначных чисел, которые в 4 раза больше своей суммы цифр?

А. 2 Б. 3 В. 4 Г. 5

Решение

Задача состоит в том чтобы найти все решения уравнения $(a+b)\cdot 4 = 10\cdot a + b$, где a – цифра десятков искомого двузначного числа, b – цифра единиц.

$4a + 4b = 10a + b$;

$6a = 3b$;

$2a = b$.

Так как a – это число от 1 до 9, b – число от 0 до 9, то условию удовлетворяют числа 12, 24, 36 и 48.

Ответ: В. 4

Комментарий:

Не сложная задача. С ней справились 71% участников. Требовалось лишь правильно составить линейное уравнение и выразить одну переменную через другую. Можно решить эту задачу и перебором, по всем числам, делящимся на 4. Это не займет много времени.

Разбор задач тестовой части заданий

8-9 класс. Вариант 2

<u>Задача №1 (2 балла)</u>

Сколько существует двухзначных чисел, у которых цифра десятков и цифра единиц разной четности?

А. 50 Б. 45 В. 25 Г. 20

Решение

Для каждой цифры десятков существует 5 вариантов возможной цифры единиц, чтобы цифры были разной четности. Так как различных цифр десятков может быть 9, то всего чисел, удовлетворяющих условию может быть $9\cdot 5=45$.

Ответ: Б. 45

Комментарий:

Здесь верный ответ указали 63% участников. В отличие от аналогичной задачи для 6-7 классов, данную задачу решать перебором не рационально, хотя тоже можно. Но это бы потребовало достаточно много времени. Задачи на комбинаторику довольно часто встречаются на математических конкурсах, и, если вы плохо справляетесь с задачами на данную тему, рекомендую уделить ей особое внимание. Тем более что подобные задачи чаще всего далеко не самые сложные.

<u>Задача №2 (2 балла)</u>

В забеге на дистанцию 120 метров, когда Арсений приходит к финишу, Богдану остается пробежать еще 20 метров. А когда Богдан приходит к финишу, Владимиру остается пробежать еще 18 метров. Сколько метров останется пробежать до финиша Владимиру, когда финиширует Арсений?

А. 35 Б. 36 В. 37 Г. 38

Решение

Так как Арсений пробегает 120 метров за то же время, что и Богдан пробегает 100 метров, то скорость Богдана равна $\frac{100}{120}=\frac{5}{6}$ скорости Арсения. Аналогично скорость Владимира равна $\frac{102}{120}=\frac{51}{60}$ скорости Богдана. Значит, скорость Владимира равна $\frac{51}{60}\cdot\frac{5}{6}=\frac{255}{360}=\frac{85}{120}$ скорости Арсения. Поэтому, когда Арсений финиширует, Владимиру останется пробежать еще $120-85=35$ метров.

Ответ А. 35

Комментарий:

В этом задании правильный ответ выбрали только 11% участников. Подобные задачи часто помогает решать моделирование. Можно было задать скорость одному из бегунов и, зная ее, посчитать скорости остальных. Если правильно посчитать скорости всех бегунов, то получить ответ будет уже не сложно. Но подобный способ не всегда помогает решить задачу в общем виде. Важно уметь понять, где подобная хитрость не влияет на искомый ответ, а где приведет лишь к рассмотрению частного случая.

Задача №3 (2 балла)

Сколько существует различных натуральных чисел *x* таких, что к *x* можно прибавить его делитель и получить 42? (1 и *x* также являются делителями числа *x*)

А. 4 Б. 5 В. 6 Г. 7

Решение

Пусть *y* делитель числа *x* такой, что $y+x=42$. Очевидно, что *y* также является делителем числа 42, так как оба слагаемых делятся на *y*. Рассмотрим все делители числа 42, это 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 и 42. Понятно, что *y* не больше *x*. Следовательно, *y* может быть 1, 2, 3, 6, 7, 14 или 21.

Таким образом, *x* может быть соответственно 41, 40, 39, 36, 35, 28 или 21. Итого 7 вариантов.

Ответ: Г. 7

Комментарий:

С этой задачей справились 53% участников. Задача довольно простая и решить ее можно было простым перебором. Выписать все пары чисел, сумма которых равна 42, и проверить в каких парах одно число будет являться делителем другого.

Задача №4 (2 балла)

Из пункта А в пункт В велосипедист ехал по шоссе протяженностью 63 километра, а возвращался назад по грунтовой дороге протяженностью 48 километров, затратив на обратный путь на 1 час больше, чем на путь из А в В. С какой скоростью велосипедист двигался по грунтовой дороге, если она на 9 километров в час меньше его скорости по шоссе.

А. 6 км/ч Б. 8 км/ч В. 10 км/ч Г. 12 км/ч

Решение

Пусть *x* – скорость велосипедиста по грунтовой дороге. Составим уравнение:

$$\frac{63}{x+9}=\frac{48}{x}-1\ ;$$

$$63\cdot x=48\cdot(x+9)-x\cdot(x+9)\,;$$

$$x^2+24x-432=0\,;$$

$$(x-12)\cdot(x+36)=0\,.$$

Уравнение имеет два решения 12 и -36, так как скорость велосипедиста не может быть отрицательной, то x=12 км/ч.

Ответ: Г. 12 км/ч

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой. Ее смогли решить 72% участников. Стандартная задача на движение, такие задачи сплошь и рядом встречаются на математических конкурсах. Их просто необходимо уметь решать.

<u>Задача №5 (2 балла)</u>

Сколько существует двузначных чисел, которые в 7 раз больше своей суммы цифр?

А. 2 Б. 3 В. 4 Г. 5

Решение

Задача состоит в том чтобы найти все решения уравнения $(a+b)\cdot 7=10\cdot a+b$, где a – цифра десятков искомого двузначного числа, b – цифра единиц.

$7a+7b=10a+b$;

$3a=6b$;

$a=2b$.

Так как a – это число от 1 до 9, b – число от 0 до 9, то условию удовлетворяют числа 21, 42, 63 и 84.

Ответ: В. 4

Комментарий:

Простая задача. С ней справились 59% участников. Требовалось лишь правильно составить линейное уравнение и выразить одну переменную через другую. Можно решить эту задачу и перебором, по всем числам, делящимся на 7. Это не займет много времени.

ЗНАНИКА