Клад Архимеда

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНКУРС

ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор заданий с открытым ответом и заданий творческой части

4-5 класс. Вариант 1

Задания с открытым ответом

Задача №6 (4 балла)

Расставьте между тройками знаки арифметических действий и скобки, чтобы получилось верное равенство 3 3 3 3=30.

Ответ: 3 · 3 · 3 + 3 = 30 или 3 + 3 · 3 · 3 = 30.

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой среди всех. С нею справились 98% участников. Решаются подобные задачи обычно простым подбором вариантов.

Задача №7 (4 балла)

Сколько двузначных чисел содержат в записи хотя бы одну цифру 2?

Решение

Все числа от 20 до 29 содержат цифру 2, их 10. Также в каждом из остальных десятков (10 – 19, 30 – 39, …, 90 – 99) есть только одно число, которое содержит цифру 2 (12, 32, …, 92). Итого получается 18 чисел.

Ответ: 18.

Комментарий:

В этой задаче чуть больше половины участников (59%) дали правильный ответ. Задача довольно простая, можно просто выписать все числа, и внимательно посчитать, сколько чисел удовлетворяют условию. Подобный метод потребует какого-то времени, но наверняка приведет к правильному ответу.

Задача №8 (4 балла)

У мальчика столько же сестер, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестер, чем братьев. Сколько в этой семье мальчиков и сколько девочек, если всего детей не больше 10?

Решение

Количество всех детей без одного мальчика делится на 2, количество всех детей без девочки делится на 3. Следовательно, количество всех детей без одного делится на 6. Поскольку всего детей не больше 10, то их 7. Убрав из них одного мальчика, получим по 3 мальчиков и девочек. Значит, всего 3 сестры, 4 брата.

Ответ: 4 мальчика и 3 девочки.

Комментарий:

Эту задачу смогли решить 62% участников. Сделав вывод, что мальчиков в семье на одного больше, чем девочек, ответ можно было подобрать перебором. Учитывая, что детей в семье не больше 10, то перебрать пришлось бы всего 4 варианта:

2 брата и 1 сестра;

3 брата и 2 сестры;

4 брата и 3 сестры;

5 братьев и 4 сестры.

Проверив для каждого варианта условие «у сестры вдвое меньше сестер, чем братьев», можно найти верный ответ.

Задача №9 (4 балла)

Какое наибольшее число карандашей можно взять, не глядя из коробки с 10 красными, 8 синими, 8 зелеными и 7 желтыми карандашами, чтобы в ней обязательно осталось хотя бы по одному карандашу каждого цвета?

Решение

Если взять из коробки 7 или более карандашей, то может получиться так, что в коробке не останется желтых карандашей. Если же взять из коробки 6 или менее карандашей, то в ней наверняка останутся карандаши всех цветов.

Ответ: 6 карандашей.

Комментарий:

Эта задача оказалась самой трудной. Ее решили правильно только 43% участников. Рекомендую внимательно посмотреть авторское решение задачи и разобраться в нем. Подобные задачи встречаются сплошь и рядом на олимпиадах по математике, их просто необходимо уметь решать.

Творческое задание

Задача №10 (7 баллов)

На корабле плыли несколько кошек, собака, матросы, кок и одноногий капитан. У всех них вместе насчитывалось 15 голов и 41 нога (или лапа). Сколько матросов находилось на корабле? Считать, что у всех животных на корабле по 4 ноги, а у всех матросов и кока по 2 ноги.

Решение

Вычтем из общего количества ног количество ног собаки, кока и капитана $41 - 4 - 2 - 1 = 34$. То же самое с головами $15 - 1 - 1 - 1 = 12$. Таким образом, остаются только кошки и матросы, и у них насчитывается 12 голов и 34 ноги. Если рассматривать 12 матросов и 0 кошек, то будет 12 голов и 24 ноги. При замене одного матроса на кошку количество голов не меняется, а ног становится на 2 больше. $34 - 24 = 10$, $10 : 2 = 5$, значит при замене 5 матросов на 5 кошек будет 12 голов и 34 ноги. Итого на корабле плыли 5 кошек, собака, 7 матросов, кок и одноногий капитан.

Ответ: 7 матросов.

Комментарий:

В этой задаче 72% участников привели правильное решение и верный ответ. Решение у всех было примерно однотипное, и идея решения аналогичная той, что приведена в авторском решении. Многие участники привели в задаче ответ без доказательства, соответственно потеряли определенное количество баллов. Не забывайте приводить решение там, где это требуется, и старайтесь оформлять решения максимально подробно.

4-5 класс. Вариант 2

Задания с открытым ответом

Задача №6 (4 балла)

Расставьте между пятерками знаки арифметических действий и скобки, чтобы получилось верное равенство 5 5 5 5=130.

Ответ: $\mathbf{5 \bullet 5 \bullet 5 + 5 = 130}$ **или** $\mathbf{5 + 5 \bullet 5 \bullet 5 = 130}$**.**

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой среди всех. С нею справились 97% участников. Решаются подобные задачи обычно простым подбором вариантов.

Задача №7 (4 балла)

Сколько двузначных чисел содержат в записи хотя бы одну цифру 7?

Решение

Все числа от 70 до 79 содержат цифру 7, их 10. Также в каждом из остальных десятков (10 – 19, 20 – 29, …, 60 – 69, 80 – 89 и 90 – 99) есть только одно число, которое содержит цифру 7 (17, 27, …, 97). Итого получается 18 чисел.

Ответ: 18.

Комментарий:

В этой задаче чуть меньше половины участников (48%) дали правильный ответ. Задача довольно простая, можно просто выписать все числа, и внимательно посчитать, сколько чисел удовлетворяют условию. Подобный метод потребует какого-то времени, но наверняка приведет к правильному ответу.

Задача №8 (4 балла)

У девочки столько же сестер, сколько и братьев, а у ее брата вдвое больше сестер, чем братьев. Сколько в этой семье мальчиков и сколько девочек, если всего детей не больше 10?

Решение

Количество всех детей без одной девочки делится на 2, количество всех детей без мальчика делится на 3. Следовательно, количество всех детей без одного делится на 6. Поскольку всего детей не больше 10, то их 7. Убрав из них одну девочку, получим по 3 мальчиков и девочек. Значит, всего 4 сестры, 3 брата.

Ответ: 3 мальчика и 4 девочки.

Комментарий:

Эту задачу смогли решить 56% участников. Сделав вывод, что девочек в семье на одну больше, чем мальчиков, ответ можно было подобрать перебором. Учитывая, что детей в семье не больше 10, то перебрать пришлось бы всего 4 варианта:

1 брат и 2 сестры;

2 брата и 3 сестры;

3 брата и 4 сестры;

4 брата и 5 сестер.

Проверив для каждого варианта условие «у брата вдвое больше сестер, чем братьев», можно найти верный ответ.

<u>Задача №9 (4 балла)</u>

Какое наибольшее число шаров можно взять, не глядя из корзины с 7 красными, 9 синими, 9 зелеными и 11 желтыми шарами, чтобы в ней обязательно осталось хотя бы по одному шару каждого цвета?

Решение

Если взять из корзины 7 или более шаров, то может получиться так, что в корзине не останется красных шаров. Если же взять из корзины 6 или менее шаров, то в ней наверняка останутся шары всех цветов.

Ответ: 6 шаров.

Комментарий:

Эта задача оказалась самой трудной. Ее решили правильно только 36% участников. Рекомендую внимательно посмотреть авторское решение задачи и разобраться в нем. Подобные задачи встречаются сплошь и рядом на олимпиадах по математике, их просто необходимо уметь решать.

Творческое задание

<u>Задача №10 (7 баллов)</u>

На корабле плыли несколько кошек, собака, матросы, кок и одноногий капитан. У всех них вместе насчитывалось 15 голов и 41 нога (или лапа). Какое количество кошек находилось на корабле? Считать, что у всех животных на корабле по 4 ноги, а у всех матросов и кока по 2 ноги.

Решение

Вычтем из общего количества ног количество ног собаки, кока и капитана $41 - 4 - 2 - 1 = 34$. То же самое с головами $15 - 1 - 1 - 1 = 12$. Таким образом, остаются только кошки и матросы, и у них насчитывается 12 голов и 34 ноги. Если рассматривать 12 матросов и 0 кошек, то будет 12 голов и 24 ноги. При замене одного матроса на кошку количество голов не меняется, а ног становится на 2 больше. $34 - 24 = 10$, $10 : 2 = 5$, значит при замене 5 матросов на 5 кошек будет 12 голов и 34 ноги. Итого на корабле плыли 5 кошек, собака, 7 матросов, кок и одноногий капитан.

Ответ: 5 кошек.

Комментарий:

В этой задаче 59% участников привели правильное решение и верный ответ. Решение у всех было примерно однотипное, и идея решения аналогичная той, что приведена в авторском решении. Многие участники привели в задаче ответ без доказательства, соответственно потеряли определенное количество баллов. Не забывайте приводить решение там, где это требуется, и старайтесь оформлять решения максимально подробно.

6-7 класс. Вариант 1

Задания с открытым ответом

Задача №6 (4 балла)

Какое одно и то же целое число надо отнять от числителя и от знаменателя дроби $\frac{38}{63}$, чтобы при сокращении получить дробь $\frac{3}{8}$?

Решение

Обозначим искомое целое число за x, а наибольший общий делитель чисел 38 – x и 63 – x за y. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3y + x = 38; \\ 8y + x = 63. \end{cases}$$

Отняв из второго уравнения первое, получим 5y = 25, то есть y = 5. Подставив это в первое уравнение, получим x = 23.

Ответ: 23.

Комментарий:

72% участников справились с этой задачей. Сложно сказать, решали ли они через систему уравнений, подбором или другими методами, ведь приводить решение тут не требовалось, но метод приведенный автором самый компактный и очевидный.

Задача №7 (4 балла)

Найдите наименьшее положительное целое число, цифры которого идут по убыванию слева направо и его сумма цифр равна 27.

Решение

Из условия следует, что все цифры искомого числа различны, а так как их сумма равна 27, то цифр будет не менее четырех, поскольку 9 + 8 + 7 < 27. Допустим, первая цифра искомого числа не более 8, тогда сумма цифр числа не более 8 + 7 + 6 + 5 = 26, что противоречит условию. Значит, первая цифра равна 9. Вторая цифра не может быть меньше 7, так как сумма цифр будет меньше 9 + 7 + 6 + 5 = 27, значит, вторая цифра равна 7, а искомое число 9765.

Ответ: 9765.

Комментарий:

Эта задача оказалась самой сложной. Ее смогли решить только 33% участников. Решается она простым подбором. Судя по ответам, которые давали участники, многие просто не поняли условие. Если условие вам не понятно, или вы считаете, что трактовать его можно по-разному, не стесняйтесь задавать уточняющие вопросы.

Задача №8 (4 балла)

В магическом квадрате сумма чисел в каждом столбце, строке и на диагоналях должна быть одинаковой. Найдите наибольшее число в этом квадрате.

10		
9		13
14		

Решение

Введем систему координат в данном квадрате (а, б, в – по вертикали и 1, 2, 3 – по горизонтали) так, что число 10 стоит в поле а1, а число 13 в поле б3. Восстановим по порядку все числа данного квадрата. Сумма чисел в строках, столбцах и на диагоналях равны 10 + 9 + 14 = 33, отсюда следует, что в поле б2 будет число 11. Тогда в полях а3 и в3 будут стоять числа 8 и 12 соответственно. После чего посчитаем числа в а2 и в2 – 15 и 7 соответственно.

10	15	8
9	11	13
14	7	12

Ответ: наибольшее число равно 15.

Комментарий:

Задача довольно простая и не требует особых знаний и навыков. Необходимо было последовательно восстановить все числа магического квадрата и выбрать из них наибольшее. Это смогли сделать 74% участников.

<u>Задача №9 (4 балла)</u>

В корзине лежат 13 зеленый, 14 красных и 15 синих шаров. Какое наименьшее количество шаров надо вытащить из корзины не глядя, чтобы среди них обязательно нашлось по 4 шара каждого цвета?

Решение

Если оставить в корзине более 9 шаров, то среди них может оказаться 10 зеленых и получится, что вытащили не более 3 зеленых шаров. Если же оставить в корзине не более 9 шаров, в любом случае окажется, что вытащили хотя бы 4 шара каждого цвета. Таким образом, минимальное количество шаров, которые необходимо вытащить равно 13 + 14 + 15 – 9 = 33.

Ответ: 33.

Комментарий:

В этой задаче только 40% участников дали верный ответ. Рекомендую внимательно прочитать и разобраться с авторским решением. Подобные задачи встречаются сплошь и рядом на математических конкурсах. Их необходимо уметь решать.

Творческое задание

<u>Задача №10 (7 баллов)</u>

На доске написаны числа 1, 2 и 5. За один ход разрешается выбрать любые два числа и прибавить к одному из них 1, а к другому 2. Можно ли через несколько ходов сделать все числа равными?

Решение

Предположим, что после некоторого количества ходов мы получили на доске 3 равных числа, тогда сумма чисел на доске должна делиться на 3. 1 + 2 + 5 = 8, сумма чисел изначально на 3 не делится. Каждый ход увеличивает эту сумму на 3, а значит и после очередного хода сумма делиться на 3 не будет. Получили противоречие.

Ответ: нельзя.

Комментарий:

Половина участников (51%) справились с этой задачей. Задача на инвариант. Подобные задачи не решаются перебором, в них требуется идея. В данном случае необходимо было найти неизменный параметр, например, остаток при делении на 3.

6-7 класс. Вариант 2

Задания с открытым ответом

Задача №6 (4 балла)

Какое одно и то же целое число надо отнять от числителя и от знаменателя дроби $\frac{43}{55}$, чтобы при сокращении получить дробь $\frac{4}{7}$?

Решение

Обозначим искомое целое число за x, а наибольший общий делитель чисел 43 – x и 55 – x за y. Составим систему уравнений: $\begin{cases} 4y + x = 43; \\ 7y + x = 55. \end{cases}$

Отняв из второго уравнения первое, получим 3y = 12, то есть y = 4. Подставив это в первое уравнение, получим x = 27.

Ответ: 27.

Комментарий:

71% участников справились с этой задачей. Сложно сказать, решали ли они через систему уравнений, подбором или другими методами, ведь приводить решение тут не требовалось, но метод приведенный автором самый компактный и очевидный.

Задача №7 (4 балла)

Найдите наименьшее положительное целое число, цифры которого идут по убыванию слева направо и его сумма цифр равна 28.

Решение

Из условия следует, что все цифры искомого числа различны, а так как их сумма равна 28, то цифр будет не менее четырех, поскольку 9 + 8 + 7 < 28. Допустим, первая цифра искомого числа не более 8, тогда сумма цифр числа не более 8 + 7 + 6 + 5 = 26, что противоречит условию. Значит, первая цифра равна 9. Вторая цифра не может быть меньше 8, так как сумма цифр будет не более 9 + 7 + 6 + 5 = 27, значит, вторая цифра равна 8. Аналогичными рассуждениями получаем, что третья цифра не может быть меньше 6, так как сумма цифр будет не более 9 + 8 + 5 + 4 = 26, значит, третья цифра равна 6, а искомое число 9865.

Ответ: 9865.

Комментарий:

Эта задача оказалась самой сложной. Ее смогли решить только 31% участников. Решается она простым подбором. Судя по ответам, которые давали участники, многие просто не поняли условие. Если условие вам не понятно, или вы считаете, что трактовать его можно по-разному, не стесняйтесь задавать уточняющие вопросы.

Задача №8 (4 балла)

В магическом квадрате сумма чисел в каждом столбце, строке и на диагоналях должна быть одинаковой. Найдите наименьшее число в этом квадрате.

		8
9		13
		12

Решение

Введем систему координат в данном квадрате (а, б, в – по вертикали и 1, 2, 3 – по горизонтали) так, что число 8 стоит в поле а3, а число 9 в поле б1. Восстановим по порядку все числа данного квадрата. Сумма чисел в строках, столбцах и на диагоналях равны 8 + 13 + 12 = 33, отсюда следует, что в поле б2 будет число 11. Тогда в полях а1 и в1 будут стоять числа 10 и 14 соответственно. После чего посчитаем числа в а2 и в2 – 15 и 7 соответственно.

10	15	8
9	11	13
14	7	12

Ответ: наименьшее число равно 7.

Комментарий:

Задача довольно простая и не требует особых знаний и навыков. Необходимо было последовательно восстановить все числа магического квадрата и выбрать из них наименьшее. Это смогли сделать 70% участников.

<u>Задача №9 (4 балла)</u>

В коробке лежат 12 ирисок, 13 шоколадных конфет и 14 карамелек. Какое наименьшее количество конфет надо взять из коробки не глядя, чтобы среди них обязательно нашлось по 3 конфеты каждого вида?

Решение

Если оставить в коробке более 9 конфет, то среди них может оказаться 10 ирисок и получится, что взяли не более 2 ирисок. Если же оставить в коробке не более 9 конфет, в любом случае окажется, что взяли хотя бы 3 конфеты каждого вида. Таким образом, минимальное количество конфет, которые необходимо взять равно 12 + 13 + 14 – 9 = 30.

Ответ: 30.

Комментарий:

В этой задаче только 38% участников дали верный ответ. Рекомендую внимательно прочитать и разобраться с авторским решением. Подобные задачи встречаются сплошь и рядом на математических конкурсах. Их необходимо уметь решать.

Творческое задание

<u>Задача №10 (7 баллов)</u>

На доске написаны числа 1, 4 и 5. За один ход разрешается выбрать любые два числа и прибавить к одному из них 1, а к другому 2. Можно ли через несколько ходов сделать все числа равными?

Решение

Предположим, что после некоторого количества ходов мы получили на доске 3 равных числа, тогда сумма чисел на доске должна делиться на 3. 1 + 4 + 5 = 10, сумма чисел изначально на 3 не делится. Каждый ход увеличивает эту сумму на 3, а значит и после очередного хода сумма делиться на 3 не будет. Получили противоречие.

Ответ: нельзя.

Комментарий:

Последнюю задачу смогли решить 46% участников. Задача на инвариант. Подобные задачи не решаются перебором, в них требуется идея. В данном случае необходимо было найти неизменный параметр, например, остаток при делении на 3.

8-9 класс. Вариант 1

Задания с открытым ответом

Задача №6 (4 балла)

Какое одно и то же число надо отнять от числителя и от знаменателя дроби $\frac{103}{163}$, чтобы получить дробь $\frac{17}{32}$?

Решение

Обозначим искомое целое число за x, а наибольший общий делитель чисел 103 – x и 163 – x за y. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 17y + x = 103; \\ 32y + x = 163. \end{cases}$$

Отняв из второго уравнения первое, получим 15y = 60, то есть y = 4. Подставив это в первое уравнение, получим x = 35.

Ответ: 35.

Комментарий:

Здесь правильный ответ дали 61% участников. Сложно сказать, решали ли они через систему уравнений, подбором или другими методами, ведь приводить решение тут не требовалось, но метод приведенный автором самый компактный и очевидный.

Задача №7 (4 балла)

Когда до целого числа десятков не хватило 2 яиц, их пересчитали дюжинами. Осталось 8 яиц. Сколько было яиц, если их было больше 350, но меньше 400?

Решение

Из условия понятно, что необходимо найти все числа, которые при делении на 10 дают в остатке 8 и при делении на 12 дают в остатке 8. То есть, если обозначить число яиц за x, то x – 8 делится на 10 и на 12, а значит и на 60. Среди чисел больших 350 и меньших 400 только 360 делится на 60, следовательно, x – 8 = 360, x = 368.

Ответ: 368.

Комментарий:

Эту задачу смогли решить 66% участников. Задачу можно было решить и перебором. Например, рассмотрев все числа в указанном диапазоне, которые при делении на 12 дают в остатке 8. Это числа 356, 368, 380 и 392. Осталось только проверить, какие из них будут делиться на 10 после того, как ним прибавить 2.

Задача №8 (4 балла)

Сколько существует семизначных чисел, цифры которых идут в порядке возрастания?

Решение

Количество чисел, удовлетворяющих условию равно количеству вариантов выбрать 7 различных цифр из 9. Или же количеству вариантов выбора 2 различных цифр из 9. Каждому такому набору цифр будет соответствовать одно число. То есть всего чисел будет $9 \cdot 8 : 2 = 36$.

Ответ: 36.

Комментарий:

Эта задача оказалась самой сложной. Правильный ответ в ней дали только 17% участников. Задача на комбинаторику. Здесь важно было понять два момента. Так как цифры идут в порядке возрастания, то среди них нет цифры 0. И то, что каждому набору из семи различных цифр от 1 до 9, соответствует ровно одно число, удовлетворяющее условию.

<u>Задача №9 (4 балла)</u>

Мальчик пошел с отцом в тир. Отец купил ему 12 пулек. В дальнейшем отец за каждый промах по мишени отбирал у сына одну пульку, а за каждое попадание давал одну дополнительную пульку. Сын выстрелил 45 раз, после чего пульки у него кончились. Сколько раз он попал по мишени?

Решение

После каждого попадания по мишени мальчик получал еще одну пульку, а за каждый промах отец забирал у мальчика одну пульку. Значит, после попадания по мишени количество оставшихся у мальчика пулек не изменялось, а после промаха – уменьшалось на две. Поскольку пульки у мальчика закончились, он промазал $12:2=6$ раз. А раз он сделал 45 выстрелов, то среди них было $45-6=39$ попаданий.

Ответ: 39.

Комментарий:

В этой задаче 47% участников дали верный ответ. По идее, задача на решение простой системы из двух уравнений с двумя неизвестными. Первое уравнение x + y = 45, второе 2*y = 12, где x – количество попаданий по мишени, y – количество промахов.

Творческое задание

<u>Задача №10 (7 баллов)</u>

У Васи и Пети по 20 гирь весом 1, 2, 3, …, 20 кг. Они по очереди подкладывают по одной гире каждый на свою чашу весов, причем первым ходит Вася. Петя выигрывает, если после чьего-либо хода разность масс на чашах будет равна 14. Проигрывает, если такого не произошло, а гири у ребят закончились. Всегда ли Петя сможет выиграть?

Решение

Если Петя своим ходом всегда будет класть на свою чашу весов гирю той же массы, что и положил Вася своим ходом, то после хода Пети весы всегда будут уравновешены. Рано или поздно, Васе придется положить на свою чашу весов гирю массой 14 кг и тогда разность масс на чашах станет равна 14. Действуя по такой стратегии, Петя всегда сможет выиграть.

Ответ: Да, всегда.

Комментарий:

С последней задачей справились только 34% участников. Задача из раздела «Игры». Для решения подобных задач обычно требуется построить алгоритм для одного из игроков. Если же такого алгоритма нет, то в процессе его поиска, можно заметить какие-то противоречия, исходя из которых, будет строиться дальнейшее решение задачи.

8-9 класс. Вариант 2

Задания с открытым ответом

Задача №6 (4 балла)

Какое одно и то же число надо отнять от числителя и от знаменателя дроби $\frac{119}{167}$, чтобы получить дробь $\frac{19}{31}$?

Решение

Обозначим искомое целое число за x, а наибольший общий делитель чисел 119 – x и 167 – x за y. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 19y + x = 119, \\ 31y + x = 167. \end{cases}$$

Отняв из второго уравнения первое, получим 12y = 48, то есть y = 4. Подставив это в первое уравнение, получим x = 43.

Ответ: 43.

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой. Здесь правильный ответ дали 76% участников. Сложно сказать, решали ли они через систему уравнений, подбором или другими методами, ведь приводить решение тут не требовалось, но метод приведенный автором самый компактный и очевидный.

Задача №7 (4 балла)

Когда конфеты упаковывали в наборы по 9 штук, для последнего набора не хватало 2 конфет. Тогда их попробовали упаковать в наборы по 15 штук. Осталось 7 лишних конфет. Сколько было конфет, если их было больше 350, но меньше 400? Укажите все возможные варианты.

Решение

Из условия понятно, что необходимо найти все числа, которые при делении на 9 дают в остатке 7 и при делении на 15 дают в остатке 7. То есть, если обозначить число конфет за x, то x – 7 делится на 9 и на 15, а значит и на 45. Среди чисел больших 350 и меньших 400 только 360 делится на 45, следовательно, x -7 = 360, x = 367.

Ответ: 367.

Комментарий:

Эту задачу смогли решить 68% участников. Задачу можно было решить и перебором. Например, рассмотрев все числа в указанном диапазоне, которые при делении на 15 дают в остатке 7. Это числа 352, 367, 382 и 397. Осталось только проверить, какие из них будут делиться на 9 после того, как ним прибавить 2.

Задача №8 (4 балла)

Сколько существует восьмизначных чисел, цифры которых идут в порядке убывания?

Решение

Количество чисел, удовлетворяющих условию равно количеству вариантов выбрать 8 различных цифр из 10. Или же количеству вариантов выбора 2 различных цифр из 10. Каждому такому набору цифр будет соответствовать одно число. То есть всего чисел будет $10 \cdot 9 : 2 = 45$.

Ответ: 45.

Комментарий:

Правильный ответ в этой задаче дали только 29% участников. Задача на комбинаторику. Здесь важно было понять то, что каждому набору из восьми различных цифр от 0 до 9, соответствует ровно одно число, удовлетворяющее условию.

<u>Задача №9 (4 балла)</u>

Мальчик пошел с отцом в тир. Отец купил ему 10 пулек. В дальнейшем отец за каждый промах по мишени отбирал у сына одну пульку, а за каждое попадание давал одну дополнительную пульку. Сын выстрелил 55 раз, после чего пульки у него кончились. Сколько раз он попал по мишени?

Решение

После каждого попадания по мишени мальчик получал еще одну пульку, а за каждый промах отец забирал у мальчика одну пульку. Значит, после попадания по мишени количество оставшихся у мальчика пулек не изменялось, а после промаха – уменьшалось на две. Поскольку пульки у мальчика закончились, он промазал $10:2=5$ раз. А раз он сделал 55 выстрелов, то среди них было 55 – 5 = 50 попаданий.

Ответ: 50.

Комментарий:

В этой задаче 62% участников дали верный ответ. По идее, задача на решение простой системы из двух уравнений с двумя неизвестными. Первое уравнение x + y = 55, второе 2*y = 10, где x – количество попаданий по мишени, y – количество промахов.

Творческое задание

<u>Задача №10 (7 баллов)</u>

У Васи и Пети есть по 20 карточек с числами от 1 до 20. Они по очереди выкладывают по одной карточке каждый в свою кучку и считают сумму чисел на карточках в этой кучке, причем первым ходит Вася. Петя выигрывает, если после чьего-либо хода разность между суммами в их кучках будет равна 16. Проигрывает, если такого не произошло, а карточки у ребят закончились. Всегда ли Петя сможет выиграть?

Решение

Если Петя своим ходом всегда будет выкладывать карточку с тем же числом, что и выложил Вася своим ходом, то после хода Пети суммы всегда будут совпадать. Рано или поздно, Васе придется выложить карточку с числом 16 и тогда разность сумм в кучках станет равна 16. Действуя по такой стратегии, Петя всегда сможет выиграть.

Ответ: Да, всегда.

Комментарий:

Последняя задача оказалась самой сложной. Ее смогли решить только 7% участников. Задача из раздела «Игры». Для решения подобных задач обычно требуется построить алгоритм для одного из игроков. Если же такого алгоритма нет, то в процессе его поиска, можно заметить какие-то противоречия, исходя из которых, будет строиться дальнейшее решение задачи.

ЗНАНИКА

Электронная школа Знаника

znanika.ru