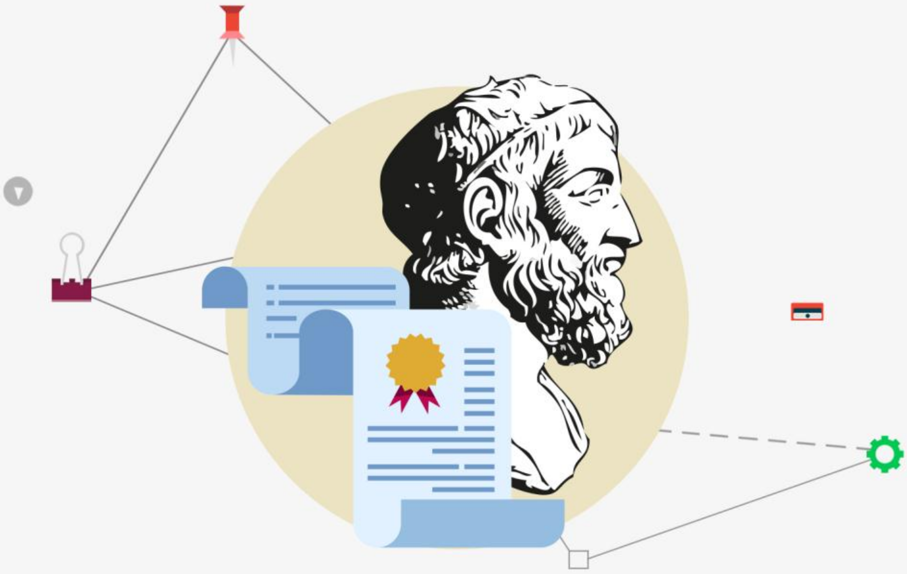

Клад Архимеда

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНКУРС

ЗНАНИКА

Электронная школа

www.znanika.ru

Разбор задач тестовой части заданий

4-5 класс. Вариант 1

Задача №1 (2 балла)

В подъезде 12 этажного дома на первом этаже 2 квартиры, а на каждом следующем этаже на одну квартиру больше чем на предыдущем. На каком этаже находится квартира с номером 20?

А. На 4. Б. На 5. В. На 6. Г. На 7.

Решение

На первом этаже находится 2 квартиры, на втором – 3, на третьем – 4, на четвертом – 5, на пятом – 6. Итого 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20, значит, квартира с номером 20 находится на пятом этаже.

Ответ: Б. На 5.

Комментарий:

В первом задании 75% участников указали верный вариант ответа. Для удобства решения данной задачи можно было использовать рисунок.

6 этаж	21	22	…				
5 этаж	15	16	17	18	19	**20**	
4 этаж	10	11	12	13	14		
3 этаж	6	7	8	9			
2 этаж	3	4	5				
1 этаж	1	2					

На рисунке наглядно видно, что квартира с номером 20 находится на 20 этаже.

Задача №2 (2 балла)

В трех ящиках находятся мука, крупа и сахар. На первом написано "Крупа", на втором — "Мука", на третьем — "Крупа или сахар". Известно, что содержимое ни одного из ящиков не соответствует надписи на нем. В каком ящике находится крупа?

А. В первом. Б. Во втором. В. В третьем. Г. Определить нельзя.

Решение

Из надписи на третьем ящике следует, что в нем может быть только мука. Тогда в первом сахар, поскольку в нем не может быть крупа или мука. Значит крупа во втором ящике.

Ответ: Б. Во втором.

Комментарий:

Эту задачу решили 74% участников. Решить задачу можно, сделав одно простое наблюдение. На двух ящиках из трех написана крупа, значит, крупы в них не может быть по условию. Из этого следует, что крупа в ящике с надписью "Мука", то есть во втором.

Задача №3 (2 балла)

На двух полках стояло 72 книги. Когда с первой полки переставили на вторую 14 книг, то книг на полках стало поровну. Сколько книг стояло первоначально на первой полке?

А. 50 книг Б. 44 книги В. 36 книг Г. 22 книги

Решение

После того, как 14 книг переставили с первой полки на вторую книг на каждой полке стало по 72 : 2 = 36. Значит первоначально на первой полке стояло 36 + 14 = 50 книг.

Ответ: А. 50 книг.

Комментарий:

В этой задаче 79% участников выбрали правильный ответ. В условии ясно сказано, что на первой полке стояло на 14 книг больше половины от 72, только другими словами. Надо было только это увидеть. Также можно было составить и решить уравнение $x – 14 = 72/2$, где x – первоначальное количество книг на первой полке.

Задача №4 (2 балла)

Две свиньи стоят столько, сколько стоит одна корова. Стоимость двух лошадей равна стоимости трех коров. Сколько свиней можно купить, на стоимость одной лошади?

А. 6. Б. 4. В. 3. Г. 2.

Решение

Обозначим стоимости животных: С – стоимость свиньи, Л – лошади и К – коровы. В условии сказано, что 2 · С = К, а значит 6 · С = 3 · К. Также в условии сказано, что 2 · Л = 3 · К. Из этого делаем вывод, что 2 · Л = 6 · С, а значит Л = 3 · С, то есть на стоимость одной лошади можно купить три свиньи.

Ответ: В. 3.

Комментарий:

С этой задачей справились 75% участников. В задаче дано три неизвестных, и заданы соотношения между двумя парами из них, необходимо было найти, как относятся между собой цены в третьей паре. Задача довольно стандартная, подобные вещи необходимо уметь делать быстро и без ошибок.

Задача №5 (2 балла)

Опытный дрессировщик может вымыть слона за 45 минут, а его сыну для этого требуется 1 час 30 минут. За сколько времени они вымоют трех слонов, работая вдвоем?

А. За 1 час. Б. За 1 час 15 мин. В. За 1 час 30 мин. Г. За 1 час 45 мин.

Решение

За час сын дрессировщика моет 2/3 слона, а его отец делает это в 2 раза быстрее, значит за час он моет 4/3 слона. Вместе за час они моют 2/3 + 4/3 = 2 слона. С такой скоростью трех слонов они вымоют за 3/2 часа, то есть 1 час 30 мин.

Ответ: В. За 1 час 30 мин.

Комментарий:

Правильный ответ в этой задаче указали 78% участников. В задаче можно заметить, что дрессировщик моет слона в два раза быстрее, чем его сын. То есть пока сын дрессировщика моет одного слона (1 час 30 минут), дрессировщик вымоет двоих. Значит, вместе за это время они вымоют троих слонов, что и требуется в задаче.

4-5 класс. Вариант 2

Задача №1 (2 балла)

В подъезде 12 этажного дома на первом этаже 2 квартиры, а на каждом следующем этаже на одну квартиру больше чем на предыдущем. На каком этаже находится квартира с номером 2?

А. На 4. Б. На 5. В. На 6. Г. На 7.

Решение

На первом этаже две квартиры, значит квартира под номером 2 на первом этаже.

Ответ: В. На 6.

Комментарий:

В вопросе к задаче была допущена опечатка: «На каком этаже находится квартира с номером 2?». При такой постановки вопроса становится очевидным ответ, следующий из условия, на первом этаже. На самом деле в задаче был вопрос: «На каком этаже находится квартира с номером 21?». При такой постановки вопроса решение задачи следующее:

На первом этаже находится 2 квартиры, на втором – 3, на третьем – 4, на четвертом – 5, на пятом – 6. 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20, значит, квартира с номером 21 находится на шестом этаже.

Задача №2 (2 балла)

В трех ящиках находятся мука, крупа и сахар. На первом написано "Мука или сахар", на втором — "Крупа", на третьем — "Сахар". Известно, что содержимое ни одного из ящиков не соответствует надписи на нем. В каком ящике находится сахар?

А. В первом. Б. Во втором В. В третьем Г. Определить нельзя

Решение

Из надписи на первом ящике следует, что в нем может быть только крупа. Тогда в третьем мука, поскольку в нем не может быть крупа или сахар. Значит сахар во втором ящике.

Ответ: Б. Во втором.

Комментарий:

Эту задачу решили 63% участников. Решить задачу можно, сделав одно простое наблюдение. На двух ящиках из трех написан сахар, значит, сахара в них не может быть по условию. Из этого следует, что сахар в ящике с надписью "Крупа", то есть во втором.

Задача №3 (2 балла)

На двух полках стояло 68 книг. Когда с первой полки переставили на вторую 15 книг, то книг на полках стало поровну. Сколько книг стояло первоначально на второй полке?

А. 19 книг Б. 27 книги В. 34 книг Г. 49 книги

Решение

После того, как 15 книг переставили с первой полки на вторую книг на каждой полке стало по 68 : 2 = 34. Значит первоначально на второй полке стояло 34 – 15 = 19 книг.

Ответ: А. 19 книг.

Комментарий:

В этой задаче 72% участников выбрали правильный ответ. В условии ясно сказано, что на второй полке стояло на 15 книг меньше половины от 68, только другими словами. Надо было только это понять. Также можно было составить и решить уравнение x + 15 = 68/2, где x – первоначальное количество книг на первой полке.

Задача №4 (2 балла)

Два кубика весят столько, сколько весит один шарик. Два бруска равны по массе трем шарикам. Сколько кубиков нужно взять, чтобы их масса была равна одному бруску?

А. 2. Б. 3. В. 4. Г. 6.

Решение

Обозначим веса предметов: К – вес кубика, Ш – шарика, Б – бруска. В условии сказано, что $2 \cdot К = Ш$, а значит $6 \cdot К = 3 \cdot Ш$. Также в условии сказано, что $2 \cdot Б = 3 \cdot Ш$. Из этого делаем вывод, что $6 \cdot К = 2 \cdot Б$, а значит $3 \cdot К = Б$, то есть масса трех кубиков равна массе одного бруска.

Ответ: Б. 3.

Комментарий:

С этой задачей справились 68% участников. В задаче дано три неизвестных, и заданы соотношения между двумя парами из них, необходимо было найти, как относятся между собой веса в третьей паре. Задача довольно стандартная, подобные вещи необходимо уметь делать быстро и без ошибок.

Задача №5 (2 балла)

Опытный маляр красит метр забора за 40 минут, а его сыну для этого требуется 1 час 20 минут. За сколько времени они покрасят 3 метра забора работая вместе?

А. За 1 час 10 мин. Б. За 1 час 20 мин. В. За 1 час 30 мин. Г. За 1 час 40 мин.

Решение

Маляр красит забор со скоростью $\frac{3}{2}$ метра в час, а его сын делает это в два раза медленнее, то есть $\frac{3}{4}$ метра в час. Вместе за час они красят $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$ метра забора. С такой скоростью они покрасят 3 метра забора за $3 : \frac{9}{4} = \frac{4}{3}$ часа, то есть 1 час 20 мин.

Ответ: Б. За 1 час 20 мин.

Комментарий:

Правильный ответ в этой задаче указали 70% участников. В задаче можно заметить, что моляр красит забор в два раза быстрее, чем его сын. То есть пока сын моляра красит метр забора (1 час 20 минут), моляр покрасит два метра. Значит, вместе за это время они покрасят три метра забора, что и требуется в задаче.

6-7 класс. Вариант 1

Задача №1 (2 балла)

Петя ехал в поезде. Сначала он читал книгу, затем – отдыхал, потом – смотрел в окно, а после – пил чай. На каждое из этих занятий, кроме первого, у Пети ушло вдвое меньше времени, чем на предыдущее. Начал читать книгу он в полдень, а закончил пить чай в два часа дня. Сколько было времени, когда Петя начал смотреть в окно?

А. 12 ч 48 мин. Б. 13 ч 12 мин. В. 13 ч 36 мин. Г. 13 ч 48 мин.

Решение

Пусть Петя пил чай x минут. Тогда в окно он смотрел $2x$ минут, отдыхал $4x$ минут и читал книгу $8x$ минут. Значит, на все эти занятия вместе у него ушло $x + 2x + 4x + 8x = 15x$ минут, что по условию составляет 120 минут. Отсюда $x = 8$ (мин). С полудня до момента, когда Петя начал смотреть в окно, прошло $8x + 4x = 12x = 96$ минут. Итак, Петя начал смотреть в окно в 13 часов 36 минут.

Ответ: В. 13 ч 36 мин.

Комментарий:

Задача на решение линейного уравнения. С нею справились 58% участников. Здесь важно понимать, какой промежуток времени удобнее взять за неизвестное. Ведь через него потом надо будет выразить время, затраченное на все остальные действия. И если выбор будет не самым удачным, то числа могут быть неудобными для расчетов, что увеличивает вероятность ошибки по невнимательности.

Задача №2 (2 балла)

Старший брат идет от дома до школы 18 минут, а младший – 24 минуты. Сколько минут потребуется старшему брату, чтобы догнать младшего, если тот вышел на четыре минуты раньше?

А. 6 минут. Б. 9 минут. В. 12 минут. Г. 15 минут.

Решение

Весь путь до школы старший брат проходит на 6 минут быстрее младшего. 4 минуты в 1,5 раза меньше 6, поэтому старший брат «отыграет» их у младшего за $18:1{,}5=12$ минут.

Ответ: В. 12 минут.

Комментарий:

В этой задаче 64% участников выбрали верный ответ. Способов решения у этой задачи несколько. Можно было задать конкретное расстояние от дома до школы (для удобства расчетов лучше взять число кратное 18 и 24, например 720 метров). Рассчитать скорости братьев – 720/18 = 40 метров в минуту у старшего брата и 720/24 = 30 метров в минуту у младшего. После чего посчитать, какое расстояние прошел младший за 4 минуты – 120 метров. Так как старший идет на 10 м/мин быстрее, то младшего он догонит за 12 минут.

Задача №3 (2 балла)

Сергей Сергеевич купил собаку. Маша думает, что эта собака – белый пудель, Саша считает ее черной болонкой, а Даша – черным бультерьером. Известно, что каждая из девочек верно угадала либо породу, либо цвет шерсти собаки. Назовите породу собаки и ее цвет.

А. Белая болонка. Б. Черный пудель. В. Черная болонка. Г. Белый бультерьер.

Решение

Все трое назвали разные породы собак. Значит, по крайней мере, двое угадали не породу собаки, а цвет шерсти. Очевидно это Саша и Даша. Стало быть, Маша угадала породу, и собака – черный пудель.

Ответ: Б. Черный пудель.

Комментарий:

Эту задачу правильно решили 81% участников. В данном случае можно было воспользоваться предложенными вариантами ответа. Проверив поочередно каждый из них, можно обнаружить, какой ответ удовлетворяет условию.

<u>Задача №4 (2 балла)</u>

На двух полках стояли банки с огурцами и помидорами. На одной полке было в 2 раза больше банок, чем на другой. После того как 8 банок переставили с одной полки на другую, банок на полках стало поровну. Сколько всего было банок с помидорами, если известно, что их было в 3 раза меньше, чем банок с огурцами?

А. 8 банок. Б. 12 банок. В. 16 банок. Г. 24 банки.

Решение

Пусть на полках стояло x и 2x банок. По условию $x+8=2x-8$, следовательно, x = 16. Всего банок было 3x = 48. Банок с помидорами было $48:4=12$.

Ответ: Б. 12 банок.

Комментарий:

В этой задаче 68% участников указали правильный ответ. Задача решается в два этапа. Начала необходимо понять, сколько всего банок стояло на полках, потом посчитать, сколько среди них банок с помидорами.

<u>Задача №5 (2 балла)</u>

Кувшин уравновешивает графин и стакан. 2 кувшина весят столько же, сколько весят 3 чашки. Стакан и чашка уравновешивают графин. Сколько стаканов уравновешивает графин?

А. 3. Б. 4. В. 5. Г. 6.

Решение

Так как 3 стакана и 3 чашки уравновешивают 3 графина, то 3 стакана и 2 кувшина уравновешивают 3 графина. Но тогда 5 стаканов и 2 графина уравновешивают 3 графина, то есть графин уравновешивает 5 стаканов.

Ответ: В. 5.

Комментарий:

С этой задачей справились 74% участников. Для решения подобных задач сначала надо наглядно выписать условие:

К = Г + С;

2К = 3Ч;

С + Ч = Г.

Далее необходимо некоторыми манипуляциями получить уравнение, в котором останутся только искомые неизвестные, в данном случае это С и Г. Например, можно попытаться выразить К через Г и С из второго и третьего уравнений, после чего подставить полученное выражение в первое. Из второго уравнения К = 3/2Ч, а из третьего уравнения Ч = Г – С. Значит, К = 3/2 (Г – С). Подставим это в первое уравнение, раскроем скобки, перенесем все С в правую часть, а все Г в левую получим 1/2Г = 5/2С, или Г = 5С.

6-7 класс. Вариант 2

Задача №1 (2 балла)

Ваня летел на самолете. Сначала он смотрел в иллюминатор, затем – обедал, потом – отдыхал, а после читал книгу. На каждое из этих занятий, кроме первого, у Вани ушло вдвое больше времени, чем на предыдущее. Начал смотреть в иллюминатор он в полдень, а закончил читать книгу в два часа дня. Сколько было времени, когда Ваня пообедал?

А. 12 ч 16 мин. Б. 12 ч 24 мин. В. 12 ч 32 мин. Г. 12 ч 40 мин.

Решение

Пусть Ваня смотрел в иллюминатор x минут. Тогда обедал он 2x минут, отдыхал 4x минут и читал книгу 8x минут. Значит, на все эти занятия вместе у него ушло $x + 2x + 4x + 8x = 15x$ минут, что по условию составляет 120 минут. Отсюда $x = 8$ (мин). С полудня до момента, когда Ваня пообедал, прошло $x + 2x = 3x = 24$ минуты. Итак, Ваня пообедал в 12 ч 24 минуты.

Ответ: Б. 12 ч 24 мин.

Комментарий:

Задача на решение линейного уравнения. С нею справились 62% участников. Здесь важно понимать, какой промежуток времени удобнее взять за неизвестное. Ведь через него потом надо будет выразить время, затраченное на все остальные действия. И если выбор будет не самым удачным, то числа могут быть неудобными для расчетов, что увеличивает вероятность ошибки по невнимательности.

Задача №2 (2 балла)

Старший брат идет от дома до школы 18 минут, а младший – 21 минуту. Сколько минут потребуется старшему брату, чтобы догнать младшего, если тот вышел на две минуты раньше?

А. 6 минут. Б. 9 минут. В. 12 минут. Г. 15 минут.

Решение

Весь путь до школы старший брат проходит на 3 минуты быстрее младшего. 2 минуты в 1,5 раза меньше 3, поэтому старший брат «отыграет» их у младшего за $18:1{,}5=12$ минут.

Ответ: В. 12 минут.

Комментарий:

В этой задаче половина участников (50%) выбрали верный ответ. Способов решения у этой задачи несколько. Можно было задать конкретное расстояние от дома до школы (для удобства расчетов лучше взять число кратное 18 и 21, например 882 метра). Рассчитать скорости братьев – 882/18 = 49 метров в минуту у старшего брата и 882/21 = 42 метра в минуту у младшего. После чего посчитать, какое расстояние прошел младший за 2 минуты – 84 метра. Так как старший идет на 7 м/мин быстрее, то младшего он догонит за 12 минут.

Задача №3 (2 балла)

Андрей Андреевич купил автомобиль. Ваня думает, что этот автомобиль – синий грузовик, Вася считает его красным седаном, а Вова – зеленым грузовиком. Известно, что каждый из ребят верно угадал либо цвет, либо класс автомобиля. Назовите цвет автомобиля и его класс.

А. Красный грузовик. Б. Синий седан. В. Зеленый седан. Г. Зеленый грузовик.

Решение

Все трое назвали разные цвета. Значит, по крайней мере, двое угадали не цвет, а класс автомобиля. Очевидно это Ваня и Вова. Стало быть, Вася угадал цвет, и автомобиль – красный грузовик.

Ответ: А. Красный грузовик.

Комментарий:

Эту задачу правильно решили 85% участников. В данном случае можно было воспользоваться предложенными вариантами ответа. Проверив поочередно каждый из них, можно обнаружить, какой ответ удовлетворяет условию.

<u>Задача №4 (2 балла)</u>

В двух ящиках лежали мешки с картошкой и с крупой. В одном ящике было в 2 раза меньше мешков, чем в другом. После того как 6 мешков переложили из одного ящика в другой, мешков в ящиках стало поровну. Сколько всего было мешков с картошкой, если известно, что их было в 3 раза больше чем мешков с крупой?

А. 9 мешков. Б. 18 мешков. В. 24 мешка. Г. 27 мешков.

Решение

Пусть в ящиках было x и $2x$ мешков. По условию $2x - 6 = x + 6$, следовательно, $x = 12$. Всего мешков было $3x = 36$. Мешков с картошкой было $36*3/4=27$.

Ответ: Г. 27 мешков.

Комментарий:

В этой задаче 48% участников указали правильный ответ. Задача решается в два этапа. Начала необходимо понять, сколько всего мешков лежало в ящиках, потом посчитать, сколько среди них мешков с картошкой.

<u>Задача №5 (2 балла)</u>

Гранат уравновешивает грушу и яблоко. 3 граната весят столько же, сколько весят 5 апельсинов. Яблоко и апельсин уравновешивают грушу. Сколько яблок уравновешивают грушу?

А. 2. Б. 3. В. 4. Г. 5.

Решение

Так как 5 яблок и 5 апельсинов уравновешивают 5 груш, то 5 яблок и 3 граната уравновешивают 5 груш. Но тогда 8 яблок и 3 груши уравновешивают 5 груш, то есть 4 яблока уравновешивают грушу.

Ответ: В. 4.

Комментарий:

С этой задачей справились 57% участников. Для решения подобных задач сначала надо наглядно выписать условие:

Гранат = Груша + Яблоко;

3*Гранат = 5*Апельсин;

Яблоко + Апельсин = Груша.

Далее необходимо некоторыми манипуляциями получить уравнение, в котором останутся только искомые неизвестные, в данном случае это Груша и Яблоко. Например, можно попытаться выразить Гранат через Грушу и Яблоко из второго и третьего уравнений, после чего подставить полученное выражение в первое. Из второго уравнения Гранат выражается через Апельсин, а из третьего уравнения Апельсин через Грушу и Яблоко. Значит, Гранат = 5/3*(Груша – Яблоко). Подставим это в первое уравнение, раскроем скобки, перенесем все Яблоки в правую часть, а все Груши в левую получим 2/3*Груша = 8/3*Яблоко, или Груша = 4*Яблоко.

8-9 класс. Вариант 1

Задача №1 (2 балла)

На доске написано число 76. Каждую минуту число стирают с доски и записывают произведение его цифр, увеличенное на 12. Какое число окажется на доске через час (после 60 таких операций)?

А. 20. Б. 12. В. 14. Г. 16.

Решение

После первой операции на доске будет написано число $7 \cdot 6 + 12 = 54$, далее $5 \cdot 4 + 12 = 32$, 18, 20, 12, 14, 16 и снова 18. Таким образом, уже после третьей операции алгоритм становится цикличным с длиной цикла 5 минут. Значит, после 60 операций на доске будет написано то же число, что и после 5 операций. Это число 12.

Ответ: Б. 12.

Комментарий:

В первой задаче 63% участников указали верный ответ. В подобных задачах обычно надо выполнить несколько первых операций алгоритма и попытаться найти какую-либо закономерность. В данном случае это то, что с некоторого момента алгоритм зацикливается.

Задача №2 (2 балла)

Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков больше цифры единиц?

А. 36. Б. 40. В. 45. Г. 50.

Решение

Всего существует 90 двузначных чисел (10 – 99). Среди них 9 чисел имеют одинаковые цифры в разряде десятков и разряде единиц, они не удовлетворяют условию. Еще 9 чисел содержат в записи цифру 0 (10, 20 …, 90), они удовлетворяют условию. Остальные $90 - 9 - 9 = 72$ числа можно разбить на пары (AB; BA), где A и B различные цифры отличные от ноля. Одно из чисел в каждой паре удовлетворяет условию. Таких пар $72 : 2 = 36$. Таким образом, всего чисел, у которых цифра десятков больше цифры единиц будет $36 + 9 = 45$.

Ответ: В. 45.

Комментарий:

Эта задача оказалась самой простой. Здесь правильный ответ дали 81% участников. Задачу можно решить и простым перебором. Выписать все двузначные числа и посчитать количество чисел, удовлетворяющих условию. Это займет достаточно много времени, но, посчитав правильно, вы наверняка получите ответ.

Задача №3 (2 балла)

Какое наименьшее количество чисел нужно вычеркнуть в ряду 1, 2, 3, … , 14, чтобы произведение оставшихся было точным квадратом?

А. 2. Б. 3. В. 4. Г. 5.

Решение

Разложим все числа в ряду на простые множители и составим из них новый ряд:

1, 2, 3, 2, 2, 5, 2, 3, 7, 2, 2, 2, 3, 3, 2, 5, 11, 2, 2, 3, 13, 2, 7.

Для того чтобы произведение чисел данного ряда было точным квадратом, необходимо, чтобы каждый простой множитель повторялся в ряду четное количество раз.

Для этого необходимо вычеркнуть множители 13, 11, 3 и 2. То есть в исходном ряду необходимо вычеркнуть минимум три числа – 6, 11 и 13.

Ответ: Б. 3.

Комментарий:

С этой задачей справились 54% участников. Наиболее частый среди неверных ответов был В.4. Скорее всего, участники правильно определили, какие простые множители надо исключить из произведения чисел от 1 до 14, но не учли, что вместо 2 и 3 можно вычеркнуть 6.

Задача №4 (2 балла)

На гранях кубика в произвольном порядке написали числа от 1 до 6. Кубик бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырех боковых гранях оказалась равна 16, во второй – 13. Какое число написано на грани, противоположной той, где написана цифра 6?

А. 1. Б. 2. В. 3. Г. 4.

Решение

Разобьем числа на гранях кубика на три пары так, что числа в каждой паре написаны на противоположных гранях кубика. Сумма всех чисел на кубике равна $1+2+3+4+5+6=21$. После первого броска найдем сумму чисел одной из пар, она равна 21 – 16 = 5, после второго броска найдем сумму чисел еще одной пары – 8. Значит, сумма чисел третьей пары равна 21 – 8 – 5 = 8. Очевидно, что число 6 попало в пару, сумма чисел которой равна 8. Значит на стороне противоположной той, где написано число 6, написано число $8-6=2$.

Ответ: Б. 2.

Комментарий:

Больше половины участников (53%) смогли найти правильный ответ в этой задаче. Для решения задачи требовалась неочевидная идея. Догадавшись до того, что числа на гранях кубика надо рассматривать парами, решение становится довольно простым.

Задача №5 (2 балла)

В конкурсе участвовали 5 человек. На каждый вопрос один из них дал неправильный ответ (остальные правильный). Наименьшее количество правильных ответов дал Петя: у него 10 правильных ответов. Наибольшее – Вася: у него 13 правильных ответов. Количество правильных ответов у других участников может совпадать. Сколько всего вопросов было в конкурсе?

А. 13. Б. 14. В. 15. Г. 16.

Решение

Из условия понятно, что остальные участники конкурса набрали 11 или 12 баллов каждый. Значит сумма баллов, набранная всеми участниками, не менее 10 + 11 + 11 + 11 + 13 = 56 и не более 10 + 12 + 12 + 12 + 13 = 59. Поскольку на каждый вопрос ответили ровно 4 участника, то общая сумма баллов должна делиться на 4. Среди чисел 56, 57, 58 и 59 только 56 делится на 4. Значит количество вопросов в конкурсе равно $56:4=14$.

Ответ: Б. 14.

Комментарий:

Почти две трети участников (65%) справились с этой задачей. Задачу можно было решать и обратным путем. Рассмотрев каждый из предложенных вариантов ответа, посчитать, какое количество верных ответов должно быть у остальных участников, используя условие о том, что на каждый вопрос ответили четверо.

8-9 класс. Вариант 2

Задача №1 (2 балла)

На доске написано число 67. Каждую минуту число стирают с доски и записывают произведение его цифр, увеличенное на 12. Какое число окажется на доске через час (после 60 таких операций)?

А. 12. Б. 14. В. 16. Г. 20.

Решение

После первой операции на доске будет написано число $6 \cdot 7 + 12 = 54$, далее $5 \cdot 4 + 12 = 32$, 18, 20, 12, 14, 16 и снова 18. Таким образом, уже после третьей операции алгоритм становится цикличным с длиной цикла 5 минут. Значит, после 60 операций на доске будет написано то же число, что и после 5 операций. Это число 12.

Ответ: А. 12.

Комментарий:

В первой задаче 55% участников указали верный ответ. В подобных задачах обычно надо выполнить несколько первых операций алгоритма и попытаться найти какую-либо закономерность. В данном случае это то, что с некоторого момента алгоритм зацикливается.

Задача №2 (2 балла)

Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков меньше цифры единиц?

А. 36. Б. 40. В. 45. Г. 50.

Решение

Всего существует 90 двузначных чисел (10 – 99). Среди них 9 чисел имеют одинаковые цифры в разряде десятков и разряде единиц, они не удовлетворяют условию. Еще 9 чисел содержат в записи цифру 0 (10, 20 …, 90), они также не удовлетворяют условию. Остальные 90 – 9 – 9 = 72 числа можно разбить на пары (AB; BA), где A и B различные цифры отличные от ноля. Одно из чисел в каждой паре удовлетворяет условию. Таких пар $72 : 2 = 36$. Таким образом, всего чисел, у которых цифра десятков больше цифры единиц будет 36.

Ответ: А. 36.

Комментарий:

Здесь правильный ответ дали 66% участников. Задачу можно решить и простым перебором. Выписать все двузначные числа и посчитать количество чисел, удовлетворяющих условию. Это займет достаточно много времени, но, посчитав правильно, вы наверняка получите ответ.

Задача №3 (2 балла)

Какое наименьшее количество чисел нужно вычеркнуть в ряду 1, 2, 3, … , 15, чтобы произведение оставшихся было точным квадратом?

А. 2. Б. 3. В. 4. Г. 5.

Решение

Разложим все числа в ряду на простые множители и составим из них новый ряд:

1, 2, 3, 2, 2, 5, 2, 3, 7, 2, 2, 2, 3, 3, 2, 5, 11, 2, 2, 3, 13, 2, 7, 3, 5.

Для того чтобы произведение чисел данного ряда было точным квадратом, необходимо, чтобы каждый простой множитель повторялся в ряду четное количество раз.

Для этого необходимо вычеркнуть множители 13, 11, 5 и 2. То есть в исходном ряду необходимо вычеркнуть минимум три числа – 10, 11 и 13.

Ответ: Б. 3.

Комментарий:

С этой задачей справились 55% участников. Наиболее частый среди неверных ответов был В.4. Скорее всего, участники правильно определили, какие простые множители надо исключить из произведения чисел от 1 до 15, но не учли, что вместо 2 и 5 можно вычеркнуть 10.

Задача №4 (2 балла)

На гранях кубика в произвольном порядке написали числа от 1 до 6. Кубик бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырех боковых гранях оказалась равна 16, во второй – 13. Какое число написано на грани, противоположной той, где написана цифра 5?

А. 1. Б. 2. В. 3. Г. 4.

Решение

Разобьем числа на гранях кубика на три пары так, что числа в каждой паре написаны на противоположных гранях кубика. Сумма всех чисел на кубике равна $1+2+3+4+5+6=21$. После первого броска найдем сумму чисел одной из пар, она равна 21 – 16 = 5, после второго броска найдем сумму чисел еще одной пары – 8. Значит, сумма чисел третьей пары равна 21 – 8 – 5 = 8. Очевидно, что число 5 попало в пару, сумма чисел которой равна 8. Значит на стороне противоположной той, где написано число 5, написано число 8 – 5 = 3.

Ответ: В. 3.

Комментарий:

57% участников смогли найти правильный ответ в этой задаче. Для решения задачи требовалась неочевидная идея. Догадавшись до того, что числа на гранях кубика надо рассматривать парами, решение становится довольно простым.

Задача №5 (2 балла)

6 спортсменов сдавали нормативы. Каждый норматив сдали только 5 спортсменов, а 1 не сдал. Вася сдал меньше всех нормативов: у него 8 сданных нормативов. Петя - больше всех: у него 11 сданных нормативов. Количество сданных нормативов у оставшихся спортсменов может совпадать. Сколько всего нормативов сдавали спортсмены?

А. 11. Б. 12. В. 13. Г. 14.

Решение

Из условия понятно, что остальные спортсмены сдали 9 или 10 нормативов каждый. Значит сумма сданных нормативов всех спортсменов не менее 8 + 9 + 9 + 9 + 9 + 11 = 55 и не более 8 + 10 + 10 + 10 + 10 + 11 = 59. Поскольку каждый норматив сдали ровно 5 спортсменов, общая сумма сданных нормативов должна делиться на 5. Среди чисел 55, 56, 57, 58 и 59 только 55 делится на 5. Значит количество нормативов равно 55 : 5 = 11.

Ответ: А. 11.

Комментарий:

Большая часть участников (60%) справились с этой задачей. Задачу можно было решать и обратным путем. Рассмотрев каждый из предложенных вариантов ответа, посчитать, какое количество сданных нормативов должно быть у остальных спортсменов, используя условие о том, что каждый норматив сдали пятеро.

Электронная школа Знаника

znanika.ru