ЗОЛОТОЙ КЛЮЧИК

ВСЕРОССИЙСКИЙ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
КОНКУРС

ЗНАНИКА

Электронная школа
www.znanika.ru

Разбор задач первой части заданий

4-5 класс

1	2	3	4	5
В	Б	В	В	Б

Задача №1

В классе в течение недели 20 учеников получили хотя бы одну «пятёрку», 15 учеников получили не менее двух «пятёрок», 13 учеников получили не менее трёх «пятёрок», 8 учеников получили не менее четырёх «пятёрок», и 3 ученика получили не менее пяти «пятёрок». Сколько всего «пятёрок» получили ученики класса в течение недели?

А. 59 Б. Более 59 В. Не менее 59 Г. Определить нельзя

Решение:

Одну «пятёрку» получили 20 – 15 = 5 учеников. Две «пятёрки» получили 15 – 13 = 2 ученика. Три «пятёрки» получили 13 – 8 = 5 учеников. Четыре «пятёрки» получили 8 – 3 = 5 учеников. Пять и больше «пятёрок» получили 3 ученика. Следовательно, количество «пятёрок», полученных учениками класса в течение недели, не менее $5 + 2·2 + 3·5 + 4·5 + 5·3 = 59$.

Ответ. В. Не менее 59.

Комментарий:

Эту задачу в основном все решили правильно. С нею не справились те, кто не понял, что когда в условии стоит «то-то не менее, чем то-то», то ответ тоже скорее всего будет в терминах «то-то не менее, чем то-то». Хотя так бывает и не всегда. Но важно бывает подумать о наименьшем возможном случае: когда по одной пятерке ровно 20, по две пятерки ровно 15 итд. В данной задаче при таком подходе для поиска решения (это, конечно, еще не само решение, потому что нужно уточнить, почему получится именно наименьший возможный ответ) как раз получился бы верный ответ: не менее 59.

Задача №2

По окончании хоккейного турнира две команды-победительницы набрали одинаковое количество очков. Для установления одного победителя было решено, чтобы эти команды провели между собой несколько игр до тех пор, пока одна из команд не одержит 4 победы. Ничьих в этих играх нет. Какое наибольшее количество игр может оказаться необходимым для определения победителя?

А. 6 Б. 7 В. 8 Г. 9

Решение:

Для установления победителя может понадобиться или 4 игры (если все игры выиграет одна из команд), или 5 игр (одна из команд выиграет 4 игры, а вторая одну), или 6 игр (одна из команд выиграет 4 игры, а вторая две), или 7 игр (одна из команд выиграет 4 игры, а вторая три). Наибольшее количество равно 7.

Ответ. Б. 7.

Задача 2.

Комментарий:

Эту задачу в основном все решили правильно. С нею не справились те, кто ставил ответы наугад. Тут можно было ошибиться тем способом, чтобы сразу поставить наибольший из возможных ответов, раз уж спрашивают про что-то наибольшее (такого типа ошибок очень много).

Задача №3

Группа школьников должна подняться с 1-го этажа на 20-й. В лифт могут войти не более 5 человек. Масса каждого школьника меньше 60 кг, но больше 50 кг. Какому из приведенных значений массы может равняться сумма масс всех школьников, если лифт поднял их за 6 раз, а за 5 раз не мог этого сделать?

А. 2 т Б. 1 т 800 кг В. 1 т 700 кг Г. 1 т 200 кг

Решение:

Из условия следует, что школьников не менее 26, но не более 30. Следовательно, масса всех школьников более $50 \cdot 26$ = 1 т 300 кг, но менее $60 \cdot 30$ = 1 т 800 кг. Поэтому сумма масс всех школьников может равняться 1 т 700 кг.

Ответ. В. 1 т 700 кг.

Комментарий:

Эту задачу тоже в основном все решили верно. Как правило, ошибались тут те, кто чуть-чуть напутал с вычислениями и выбрал вариант Б.

Задача №4

Часы на рис. 1 идут правильно, а на рис. 2 спешат на 5 с за 1 час. Сколько часов прошло с того момента, когда часы на рис. 2 показывали правильное время?

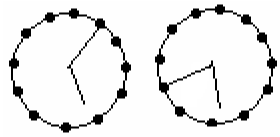

Рис. 1 Рис. 2

А. 240 ч Б. 360 ч В. 420 ч Г. 840 ч

Решение:

Разница между показаниями часов составляет 35 мин. Часы на рис. 2 спешат на $5 \cdot 24 = 120$ с = 2 мин в сутки. Следовательно, прошло $35:2 = 17$ суток 12 ч или $24 \cdot 17 + 12 = 420$ ч с того момента, когда они показывали правильное время.

Ответ. В. 420 ч.

Комментарий:

С этой задачей тоже большинство справилось. Неверный вариант тут обычно выбирали те, кто ставил наугад.

Задача №5

На занятие кружка по математике пришло несколько учеников. Во время занятия каждый из них решил 2 задачи из предложенных 5. Известно, что для любых двух кружковцев есть задача, которую один из них решил, а другой нет. Какое наибольшее количество учащихся могло прийти на занятие?

А. 8 Б. 10 В. 11 Г. 12

Решение:

Так как каждый ученик решил 2 задачи, и для любых двух кружковцев есть хотя бы одна задача, которую один из них решил, а другой нет, то задача сводится к нахождению количества различных наборов по 2 задачи из предложенных 5. Это количество равно $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$. Этот результат можно получить следующими рассуждениями. В качестве первой задачи можно взять любую из 5, для любой выбранной первой задачи есть 4 возможности для выбора второй, при этом любые две задачи окажутся выбранными столько раз, сколькими способами их можно переставить, то есть 2 раза. Число 10 и равно искомому количеству учащихся. Для 11 учащихся требования задачи не выполняются (11 > 10).

Ответ. Б. 10.

Комментарий:

С этой задачей справилось большинство. Ошибались тут в основном те, кто выбирал наибольший ответ из предложенных (как было с Задачей 2), т.е. Г. Впрочем, некоторые, похоже, подумали, что «совсем уж наибольший ответ выбирать не стоит» (не всегда эффективная стратегия в тестовых заданиях кстати: работает только примерно в 25% случаев) и выбрали В.

6-7 класс

1	2	3	4	5
А	Г	В	В	Б

Задача №1

В классе 91% учащихся имеет мобильные телефоны, 72% имеют ноутбуки и 43% имеют планшеты. Какой процент учащихся класса заведомо имеет и мобильный телефон, и ноутбук, и планшет?

А. 6% Б. 7% В. 8% Г. 9%

Решение:

Так как 9% учащихся не имеют мобильных телефонов, 28% не имеют ноутбуков и 57% не имеют планшетов, то не более 9 + 28 + 57 = 94% учащихся не имеют хотя бы одно из указанных средств связи. Следовательно, 100 – 94 = 6% учащихся класса заведомо имеют их все.

Ответ. А. 6%.

Комментарий:

Большинство эту задачу решило. Не решили ее, похоже, те, кто сделал какую-то арифметическую ошибку, либо выбиравшие наугад.

Задача №2

Вчера проверяли настенные часы и будильник и поставили их стрелки правильно. Настенные часы отстают на 2 мин в час. Будильник спешит за час на 1 мин. Когда сегодня утром глянули на часы, то настенные часы показывали 7 ч, а будильник — 8 ч. В котором часу вчера проверяли часы?

А. В 23 ч 40 мин Б. В 7 ч 40 мин В. В 13 ч 58 мин Г. В 11 ч 40 мин

Решение:

За 1 час разница показаний часов увеличивается на 3 мин. Следовательно, прошло 20 ч с момента проверки часов. За 20 ч будильник ушёл вперёд на 20 мин. Следовательно, показания часов сравнивались сегодня в 7 ч 40 мин, а часы устанавливались вчера в 11 ч 40 мин.

Ответ. Г. В 11 ч 40 мин.

Комментарий:

Большинство справилось с этой задачей. Неверный ответ в ней давали те, кто ставил вариант наугад.

Задача №3

На утреннике всем детям поровну раздали 120 конфет. Если бы Петя и Таня не заболели и пришли на утренник, то каждый ребёнок получил бы на 2 конфеты меньше. Сколько детей пришло на утренник?

А. 3 Б. 8 В. 10 Г. 12

Решение:

Так как $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, то делителями числа 120 являются числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 60, 120. Количество детей на утреннике может равняться только этим числам. Пары (3; 5), (4; 6), (6; 8), (8; 10), (10; 12), где первое число означает количество детей, пришедших на утренник, а второе — количество детей, которые должны были прийти на утренник, удовлетворяют первому требованию — отличаются на 2. Но второе требование выполняется только для пары (10; 12). Действительно, (120:10) – (120: 12) = 2, а (120:3) – (120: 5) ≠ 2, (120:4) – (120:6) ≠ 2, (120:6) – (120:8) ≠ 2, (120:8) – (120: 10) ≠ 2.

Ответ. В. 10.

Комментарий:

С этой задачей в основном все справились.

<u>**Задача №4**</u>

Три машины выехали одновременно из одного пункта и прибыли в другой пункт одна за другой через равные промежутки времени. Скорость первой из них 80 км/ч, последней — 48 км/ч. Какова скорость машины, пришедшей второй?

А. 66 км/ч Б. 64 км/ч В. 60 км/ч Г. 56 км/ч

Решение:

Обозначим расстояние от старта до финиша через S км, а скорость машины, пришедшей второй, через v км/ч. Тогда $\frac{S}{80}, \frac{S}{v}, \frac{S}{48}$ — время движения, соответственно, первой, второй и третьей машин. Из условия следует равенство: $\frac{S}{v} - \frac{S}{80} = \frac{S}{48} - \frac{S}{v}$ или $\frac{2}{v} = \frac{1}{80} + \frac{1}{48} = \frac{1}{30}$. Следовательно, v = 60 км/ч.

Ответ. В. 60 км/ч.

Комментарий:

С этой задачей в основном все справились. Неверный вариант Б, наверно, выбирали те, кто решил, что в ответе должно быть среднее арифметическое скоростей. Но в ответе при честных вычислениях получается так называемое среднее гармоническое: 2/(1/a+1/b) (обратное к среднему арифметическому обратных величин)! Различных видов средних величин бывает еще много, так что считать надо честно!

<u>**Задача №5**</u>

Средний возраст учащихся класса некоторой школы составляет 11,625 года, а средний рост — $118\frac{1}{3}$ см. Какому из приведенных в ответах чисел может равняться количество учащихся в классе, если возраст каждого ученика определяется с точностью до года, а рост — с точностью до 1 см?

А. 16 Б. 24 В. 32 Г. 42

Решение:

Средний возраст учащихся класса равен 11,625 = $11\frac{5}{8}$ года. Так как возраст каждого ученика определяется с точностью до года, то количество учащихся кратно 8. Поскольку рост каждого ученика определяется с точностью до 1 см, то количество учащихся кратно 3. Поэтому оно кратно и 3, и 8, то есть кратно 24.

Ответ. Б. 24.

Комментарий:

С этой задачей справились почти все. Неверные ответы давали в основном, похоже, наугад.

8-9 класс

1	2	3	4	5
В	В	Б	Г	В

<u>Задача №1</u>

Компьютерный супервирус повреждает каждую секунду половину объёма информации, содержащейся на диске. На диске было 8000000 байт информации. Через какое наименьшее количество секунд заведомо будет повреждён хотя бы частично файл объёмом 1600 байт?

А. Через 11 с Б. Через 12 с В. Через 13 с Г. Через 14 с

Решение:

Через k секунд остаётся нетронутой $\frac{8000000}{2^k}$ б информации. Указанный файл будет заведомо повреждён, если нетронутой окажется количество информации, удовлетворяющее неравенству $\frac{8000000}{2^k} < 1600$ или $2^k > \frac{8000000}{1600} = 5\,000$ (б). Так как $2^{10} = 1024$, $2^{11} = 2048$, $2^{12} = 4096 < 5000$, $2^{13} = 8192 > 5000$, то через 13 с файл будет обязательно повреждён.

Ответ. В. Через 13 с.

Комментарии:

Большинство справилось с этой задачей. Неверный ответ, похоже, давался либо наугад либо при путанице с вычислениями.

<u>Задача №2</u>

Магазин покупает на оптовом складе партию книг в 500 штук по цене 40 зедов за книгу (зед — условная денежная единица). Увеличение партии на каждые 50 книг приводит к снижению цены одной книги на 2 зеда. Эта скидка сохраняется только в том случае, если общая партия не превосходит 750 книг. Магазин дополнительно заплатил ещё 2100 зедов за книги, купленные сверх 500. На сколько книг увеличилась закупаемая партия?

А. На 50 Б. На 100 В. На 150 Г. В На 200

Решение:

Обозначим через x количество партий по 50 книг, на которые увеличилась закупаемая партия книг. Тогда имеем уравнение: $(500 + 50x)(40 - 2x) = 22\,100$ или $x^2 - 10x + 21 = 0$. Его корни 3 и 7. Корень 7 не удовлетворяет условию задачи, так как в этом случае было бы куплено $500 + 50\cdot 7 = 850$ книг, что превышает ограничение в 750 книг. Следовательно, закупаемая партия увеличилась на $50\cdot 3 = 150$ книг.

Ответ. В. На 150 книг.

Комментарии:

Тут тоже большинство справились с задачей. Неверный ответ, судя по всему, давался обычно наугад.

Задача №3

В летний спортивный лагерь отправляли детей. В каждом автобусе планировалось поместить одинаковое количество детей. К сожалению, к месту отправления не прибыл один заказанный автобус, поэтому в каждом автобусе пришлось разместить дополнительно по 3 ребёнка. К моменту возвращения за детьми в лагерь прибыло на 2 автобуса больше, чем планировали, и теперь в каждом автобусе ехало на 5 детей меньше, чем предполагали сначала. Сколько детей было отправлено в спортлагерь?

А. 540 Б. 720 В. 810 Г. 900

Решение:

Обозначим через x и y количества заказанных автобусов и количество детей, которых планировали разместить в каждом автобусе. Количество детей, которых отправили в спортлагерь, равно xy.

Это количество также равно $(x - 1)(y + 3)$ или $(x + 2)(y - 5)$. Имеем систему уравнений $\begin{cases} xy = (x-1)(y+3), \\ xy = (x+2)(y-5) \end{cases}$ или $\begin{cases} 3x - y = 3, \\ 5x - 2y = -10. \end{cases}$ Решим её:

$$\begin{cases} y = 3x - 3, \\ 5x - 2(3x-3) = -10, \end{cases} \quad \begin{cases} y = 45, \\ x = 16. \end{cases}$$

Следовательно, было заказано 16 автобусов, в каждом планировалось разместить по 45 детей; всего в спортлагерь отправили $45 \cdot 16 = 720$ детей.

Ответ. Б. 720.

Комментарии:

С этим заданием справились почти все. Наиболее распространенный неверный ответ А здесь, похоже, давали из-за ошибки с перемножением.

Задача №4

Два велосипедиста на тренировке движутся равномерно по кольцевой велотрассе в одном направлении. Первый велосипедист проходит трассу на 3 мин быстрее второго и догоняет второго каждые полтора часа. За какое время первый велосипедист проходит трассу?

А. За 18 мин Б. За 17 мин В. За 16 мин Г. За 15 мин

Решение:

Пусть первый велосипедист проходит трассу за x мин, тогда второй — за $(x + 3)$ мин. Если длину круговой трассы обозначить через l км, то их скорости будут соответственно равны $\frac{l}{x}$ км/мин и $\frac{l}{x+3}$ км/мин. Скорость их сближения равна $\frac{l}{x} - \frac{l}{x+3}$. К тому моменту, когда первый велосипедист догоняет второго, он проходит расстояние большее, чем второй, на l км. По условию, имеем уравнение: $90\left(\frac{l}{x} - \frac{l}{x+3}\right) = l$ или $x(x + 3) = 3 \cdot 90$, или $x^2 + 3x - 270 = 0$. Его корни 15 и -18.

Условию задачи удовлетворяет только первый корень. Следовательно, первый велосипедист проходит трассу за 15 мин.

Ответ. Г. За 15 мин.

Комментарии:

С этой задачей в основном все справились. Неверные ответы тут явно давались либо наугад, либо по вычислительной ошибке.

<u>Задача №5</u>

В студенческом шахматном турнире приняли участие два школьника. Они вместе набрали 6,5 очков, а все студенты — по одинаковому количеству очков. Сколько студентов участвовало в турнире? В турнире каждый участник играет с каждым по одному разу, за выигрыш даётся 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за поражение — 0 очков.

А. 9 Б. 10 В. 11 Г. 12

Решение:

Пусть в турнире участвовало x студентов. Тогда в турнире всего приняло участие (x + 2) человека, и ими было набрано $\frac{(x+2)(x+1)}{2}$ очков. Действительно, каждый из (x + 2) шахматистов сыграл (x + 1) партию, любая из которых приносит обоим шахматистам вместе 1 очко. Но при этом мы каждую сыгранную партию учитывали дважды: для каждого из двух соперников. Каждый студент набрал $\left(\frac{(x+2)(x+1)}{2}-6,5\right):x$ или $\frac{x^2+3x-11}{2x}$ очков. Это число будет целым числом или половиной целого числа лишь в том случае, если x = 11, так как $\frac{x^2+3x}{2x}=\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$ — всегда целое число или половина целого числа.

Ответ. В. 11.

Комментарии:

С этой задачей справилось большинство. Судя по всему, неверный ответ здесь, как правило, давался наугад.

ЗНАНИКА

Электронная школа Знаника

http://znanika.ru